

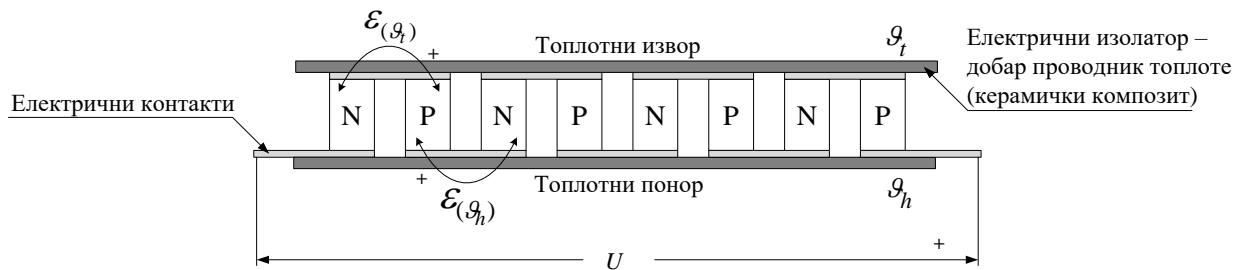
ЛАБОРАТОРИЈСКА ВЕЖБА II

ТОПЛОТНЕ ПУМПЕ БАЗИРАНЕ НА ПРИМЕНИ ПЕЛТИЈЕОВЕ ЕЛЕКТРОМОТОРНЕ СИЛЕ

1. ОСНОВНИ ФИЗИЧКИ ЕФЕКАТ

На споју два различита полупроводничка материјала се јавља електромоторна сила (Пелтијеова електромоторна сила), чији интензитет зависи од врсте материјала и температуре на којој се налази спој. Овај ефекат се може искористити за реализацију топлотне пумпе или реализацију генератора електричне енергије, на начин објашњен у овој лабораторијској вежби. Да би се постигао практични ефекат, потребно је више спојева повезати на ред, као што је приказано на слици 1. У случају да је електрично коло отворено, на прикључним крајевима ће се појавити потенцијалска разлика pn ; поларитет напона је као на слици јер је $\varepsilon(\mathcal{T}_t) > \varepsilon(\mathcal{T}_h)$ при $\mathcal{T}_t > \mathcal{T}_h$. У приказаној ситуацији кроз pn спојеве не протиче струја, па на pn спојевима нема ни понора топлоте (на местима где би смер струје био супротан смеру генерисане електромоторне силе - ти спојеви делују као пријемници електричне енергије) ни генерисања топлоте (на местима где би смер струје био исти као смер генерисане електромоторне силе - ти спојеви делују као генератори електричне енергије). Упркос томе, за одржавање стања приказаног на слици 1 је потребно доводити топлоту на страну "Топлотни извор" ка страни "Топлотни понор" јер због разлике температуре \mathcal{T}_t и \mathcal{T}_h ($\mathcal{T}_t > \mathcal{T}_h$) и коначне вредности топлотног отпора преносу топлоте провођењем кроз pn спојеве ($R_{\lambda tot}$) долази до преноса топлоте провођењем од топлије (топлотни извор) ка хладнијој (топлотни понор) страни:

$$P_{\lambda} = \frac{\mathcal{T}_t - \mathcal{T}_h}{R_{\lambda tot}} \quad (I.1)$$



Слика I.1 - Низ pn спојева везаних на ред

Као материјали се обично користе полупроводници; комерцијално, најчешће се среће бизмут-телурид - легура бизмута, телура, селена и антимона. Електромоторна сила је оријентисана од n ка p материјалу и већа је на спојевима који се налазе на страни више температуре. Резултујућа електромоторна сила је једнака разлици електромоторних сила на једном pn споју на вишој температури и на једном pn споју на нижој температури, помноженој са бројем парова p и n елемената (N).

Уколико би се између прикључних контаката везао електрични отпор, кроз њега би протекла струја, чији се смер поклапа са смером електромоторне силе на pn спојевима на вишој температури. Због протицања овакве струје, топла страна би се хладила, а хладна загревала. Снага хлађења топле, односно загревања хладне стране, по једном споју била би једнака производу одговарајуће Пелтијеове електромоторне силе и струје; укупна снага хлађења (загревања) би се добила множењем снаге на једном споју са бројем спојева.

Уколико би се, пак, на прикључне контакте довео напон већи од резултујуће електромоторне силе, кроз спојеве би протицала струја супротног поларитета од оне која би се имала при везивању отпорника између контаката; због смерова Пелтијеових електромоторних сила и струја, дошло би до хлађења pn спојева који се налазе на нижој температури и загревања pn спојева који се налазе на вишој температури.

Дакле, у првом случају смера струје (затварање отпорником) склоп функционише као електрични генератор, јавља се генерисање топлоте на pn спојевима на топлој страни и понора топлоте на pn спојевима на хладној страни. У другом случају склоп се понаша као пријемник електричне енергије, при чему се јавља понор топлоте на pn спојевима на топлој страни, снагом

$$P_p = N\varepsilon(\mathcal{Q}_p)i \quad (I.2)$$

и генерисање топлоте на pn спојевима на хладној страни, снагом

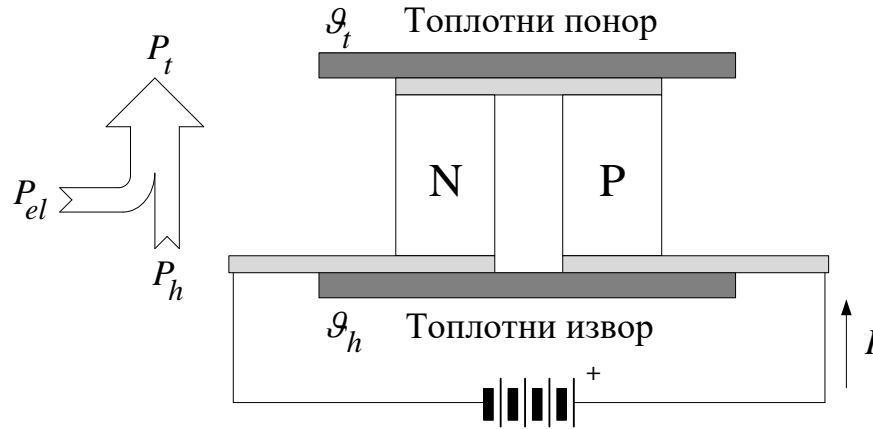
$$P_{hp} = N\varepsilon(\mathcal{Q}_{hp})i \quad (I.3)$$

Поред ових извора и понора топлоте на pn спојевима јављају се и губици топлоте (Џулови губици) у полупроводницима, који су дистрибуирани по запремини полупроводника.

У потпуни математички модел, приказан у следећем одељку, треба укључити и пренос топлоте провођењем кроз материјал проводника.

Дакле, склоп се може користити као генератор електричне енергије и као топлотна пумпа, за "пребацавање" топлотне енергије са хладније на топлију површ. Друга намена је много

распрострањенија, односно од већег практичног интереса, па ће предмет даљих разматрања бити топлотна пумпа (слика I.2; P_h представља снагу генерисања енергије на хладним pn спојевима, P_t снагу понора енергије на топлим pn спојевима и P_{el} снагу Џулових губитака због протицања струје кроз p и n полупроводничке елементе).



Слика I.2 - Шематски приказ топлотне пумпе

2. ФИЗИЧКИ И МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛ ТОПЛОТНЕ ПУМПЕ

Поред Пелтијеових електромоторних сила и снаге Џулових губитака, у описаном склопу долази до појаве преноса топлоте провођењем кроз елементе чије се површи налазе на различитим температурама.

Означимо са λ специфичну топлотну проводност, са ρ специфични електрични отпор и са α Зебеков коефицијент; коефицијент a представља разлику Зебекових коефицијената за p и n материјал; Зебеков коефицијент за p материјал је позитиван, а за n материјал негативан; у реалном случају, да Зебекови коефицијенти за p и n материјале имају исте апсолутне вредности, важи да је $a = 2 \alpha$. Параметри λ , ρ и a (α) су температурно зависни, а њихове вредности при температури од 296 К, за бизмут-телурид pn спојеве износе $\alpha = 2.0 \times 10^{-4}$ V/K, $\rho = 1.0 \times 10^{-3}$ Ω cm, $\lambda = 1.5 \times 10^{-2}$ W/(cm K); температурна зависност параметара се може исказати преко полиномних форми другог реда [1]:

$$a = 2 \alpha = 2 \times (22224.0 + 930.6 T_{sr} - 0.9905 T_{sr}^2) \times 10^{-9}, \quad (I.4)$$

$$\rho = (5112.0 + 163.4 T_{sr} + 0.6279 T_{sr}^2) \times 10^{-8}, \quad (I.5)$$

$$\lambda = (62605.0 - 277.7 T_{sr} + 0.4131 T_{sr}^2) \times 10^{-6}, \quad (I.6)$$

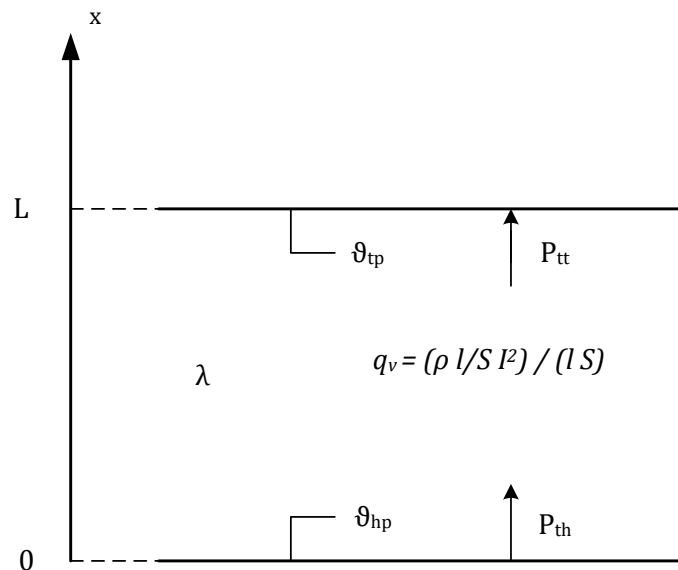
где T_{sr} (K) означава средњу вредност температуре топле и хладне стране pn спојева.

Услед протицања струје I кроз електропроводну средину специфичног електричног отпора ρ , попречног пресека S и дужине L , јавиће се губици снаге (отпорност протицању струје кроз p слој R_{elp} и отпорност протицању струје кроз n слој R_{eln})

$$P_J = N(R_{elp} + R_{eln})i^2 \quad (I.7)$$

Дакле, у простору p и n елемената одиграваће се процес генерисања топлоте, уз дефинисане температуре граничних површи. Ове температуре су блиске, али не и једнаке температури спољашњих површи керамичких електроизолационих плочица (керамика је често коришћени материјал, али је могућа примена и других материјала, који имају добра електроизолациона, топлопроводна и механичка својства).

Температуре p и n спојева ћемо означити са ϑ_{tp} и ϑ_{hp} . Спровођењем теорије преноса топлоте провођењем (видети задатак 4 из [2]), односно решавањем опште температурне једначине у правоугаоном координатном систему, у коме се пренос топлоте врши само по једној координати (x) - видети слику I.3, долази се до:



Слика I.3 - Шематски приказ загревања по запремини pn елемената

$$\lambda \cdot \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} + q_v = 0 \quad (I.8)$$

где се приближно може сматрати да топлотна проводност λ има константну вредност по запремини; генерисање топлоте је такође равномерно по запремини, и једнако

$$q_v = \frac{RI^2}{V} = \frac{2N\rho \frac{L}{S} I^2}{SL} = 2N\rho \left(\frac{I}{S}\right)^2 \quad (I.9)$$

(параметри ρ и λ се израчунавају према средњој вредности температура ϑ_{tp} и ϑ_{hp})

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = -\frac{q_v}{\lambda_B} \quad (I.10)$$

$$\vartheta(x) = -\frac{q_v \cdot x^2}{2 \cdot \lambda} + C_1 \cdot x + C_2 \quad (I.11)$$

Интеграционе константе које фигуришу у претходној једначини се одређују полазећи од вредности температуре на координати $x=0$: $\vartheta(x=0) = \vartheta_{hp}$ и на координати $x=L$: $\vartheta(x=L) = \vartheta_{tp}$:

$$C_2 = \vartheta_{hp} \quad (I.12)$$

$$\vartheta_{tp} = -\frac{q_v \cdot L^2}{2 \cdot \lambda} + C_1 \cdot L + \vartheta_{hp}$$

$$C_1 = \frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \quad (I.13)$$

$$\vartheta(x) = -\frac{q_v \cdot x^2}{2 \cdot \lambda} + \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right) \cdot x + \vartheta_{hp} \quad (I.14)$$

Снага (P_h) којом се енергија преноси од површи са хладним pn спојевима (температуре ϑ_{hp}) је једнака

$$P_{th} = -\lambda 2NS \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = -\lambda 2NS \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right) \quad (I.15)$$

а снага (P_t) којом се енергија преноси ка површи са топлим pn спојевима (температуре ϑ_{tp}) је једнака

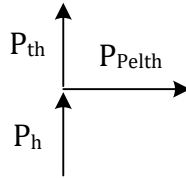
$$P_u = -\lambda 2NS \left(\frac{d\mathcal{G}}{dx} \right)_{x=L} = \lambda 2NS \frac{q_v \cdot L}{\lambda} - \lambda 2NS \left(\frac{\mathcal{G}_{ip} - \mathcal{G}_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right), \quad (\text{I.16})$$

На самим хладним pn спојевима, услед генерисања електричне енергије, долази до понора топлоте, снагом

$$P_{Pelth} = NaT_{hp} I, \quad (\text{I.17})$$

$$P_{Peltt} = NaT_{ip} I, \quad (\text{I.18})$$

Из енергетског биланса за хладну страну (слика I.4)



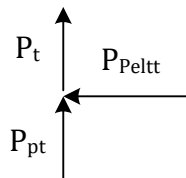
Слика I.4 - Енергетски биланс за хладну страну

долази се до снаге којом се енергија преноси од тела наслоњеног на хладне pn спојеве

$$P_h = NaT_{hp} I - \lambda 2NS \left(\frac{\mathcal{G}_{ip} - \mathcal{G}_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right), \quad (\text{I.19})$$

$$P_h = NaT_{hp} I - \lambda 2NS \frac{\mathcal{G}_{ip} - \mathcal{G}_{hp}}{L} - NS\rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 \cdot L, \quad (\text{I.20})$$

Слично, из енергетског биланса за топлу страну (слика I.5)



Слика I.5 - Енергетски биланс за топлу страну

долази се до снаге којом се енергија преноси ка телу које је наслоњено на топле pn спојеве

$$P_t = NaT_p I + \lambda 2NS \frac{q_v \cdot L}{\lambda} - \lambda 2NS \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right),$$

$$P_t = NaT_p I + 2NS \rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 \cdot L - \lambda 2NS \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{\rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right), \quad (I.21)$$

$$P_t = NaT_p I + 2NS \rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 \cdot L - \lambda 2NS \frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} - NS \rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 \cdot L,$$

$$P_t = NaT_p I + NS \rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 \cdot L - \lambda 2NS \frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L}, \quad (I.22)$$

Дакле, у случају рада склопа као топлотне пумпе, хладна страна ће из околине преузимати енергију снагом

$$P_h = NaT_{hp} I - \frac{1}{2} 2N \rho \frac{L}{S} I^2 - \frac{\lambda 2NS}{L} (\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}), \quad (I.23)$$

а са топле стране енергију предавати околини снагом

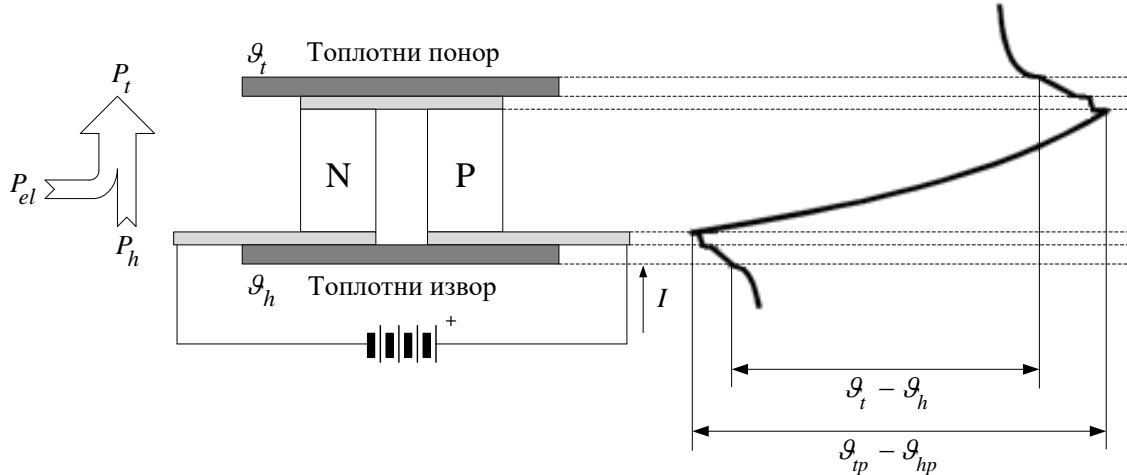
$$P_t = NaT_p I + \frac{1}{2} 2N \rho \frac{L}{S} I^2 - \frac{\lambda 2NS}{L} (\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}). \quad (I.24)$$

Температуре на самим pn спојевима (ϑ_{tp} и ϑ_{hp}) се разликују од температура са спољашње стране електроизолационих (керамичких) плочица, које су у контакту са површима тела са којима склоп размеђује енергију (топла страна ϑ_t и хладна страна ϑ_h). Разлика температуре pn спојева и спољашње стране керамичких плочица је једнака паду температуре који ствара снага преноса топлоте на топлотном отпору провођењу топлоте кроз керамику и на контактном топлотном отпору између спољашње површи керамике и површи тела (контактни отпор са унутрашње стране керамике. Увођењем коефицијента проласка топлоте помножене са површи плочица кроз које се преноси топлота, као вредности реципрочне топлотном отпору, долази се до:

$$P_t = k_p S_p (\vartheta_{tp} - \vartheta_t) \quad (I.25)$$

$$P_h = k_p S_p (\vartheta_h - \vartheta_{hp}) \quad (I.26)$$

Поступак прорачуна се мора извршити итеративно, или се мора решити систем једначина. Наиме, познате су температуре ϑ_t и ϑ_h , за одређивање температура ϑ_{tp} и ϑ_{hp} потребно је познавати снаге P_t и P_h , а оне се израчунавају управо на основу температура ϑ_{tp} и ϑ_{hp} .



Слика I.6 - Скица промене температуре дуж термоелектричног модула за режим топлотне пумпе

Напон на прикључним контактима, потребан да би се остварио режим топлотне пумпе са струјом I , добија се као вредност резултујуће Пелтијеове електромоторне силе (разлике на топлим и на хладним pn спојевима) увећане за пад напона на унутрашњој омској отпорности p и n елемената:

$$U = Na(\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}) + 2N\rho \frac{L}{S} I \quad (I.27)$$

Наведени изрази представљају основу за анализе различитих могућности примене склопова pn спојева; полазећи од димензија S и L појединих елемената, као и броја елемената у склопу, могуће је израчунати ниво снаге који се може пренети конкретним елементом при фиксираним температурама, минималну температуру хладне стране која се може остварити при фиксираној температури топле стране, однос снаге хлађења хладније стране и снаге утрошене електричне енергије, оптималну струју итд.

3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРАМЕТАРА

Збир топлотног отпора провођењу топлоте кроз електроизолациони слој и контактнoг топлотног отпора (карактерисан коефицијентом k_p) може се израчунати на основу огледа празног хода, односно мерења напона на прикључним контактима (при нултој струји кроз њих) при

различитим температурама ϑ_t и ϑ_h . У овом огледу, снаге P_t и P_h су последица преноса топлоте услед постојања разлике температура. Њихова вредност је једнака (уведимо ознаку P за њихову заједничку вредност; $P = P_t = P_h$); овом снагом енергија се одводи са топле стране и предаје хладној страни. Дакле, снага P је једнака

$$P = \frac{\lambda 2NS}{L} (\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}) \quad (\text{I.28})$$

На основу чињенице да се ова снага на топлој страни преноси од површи тела ка pn спојевима, преко збирног топлотног отпора, може се написати

$$P = k_p S_p (\vartheta_t - \vartheta_{tp}) \quad (\text{I.29})$$

Аналогно, на хладној страни снага се преноси од pn спојева ка површи тела, преко збирног топлотног отпора (реална је претпоставка о једнакости збирних топлотних отпора на површима хладне и топле стране)

$$P = k_p S_p (\vartheta_{hp} - \vartheta_h) \quad (\text{I.30})$$

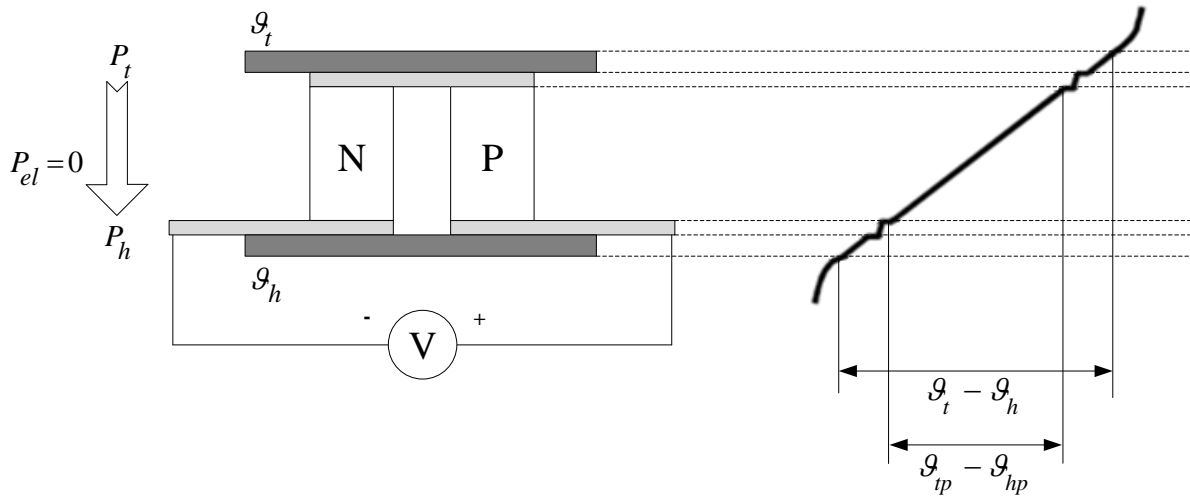
Сабирањем претходна два израза, а затим уврштавањем израза за снагу P из I.28 долази се до

$$\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp} = \frac{\vartheta_t - \vartheta_h}{2 \frac{\lambda 2NS}{L} \frac{1}{k_p S_p} + 1} \quad (\text{I.31})$$

Уврштавањем израза за разлику температура ($\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}$) у израз за напон, добијен из I.27 по замени $I = 0$, добија се

$$U = Na \frac{\vartheta_t - \vartheta_h}{2 \frac{\lambda 2NS}{L} \frac{1}{k_p S_p} + 1} \quad (\text{I.32})$$

Промена температуре дуж термоелектричног модула у празном ходу приказана је на слици I.7.

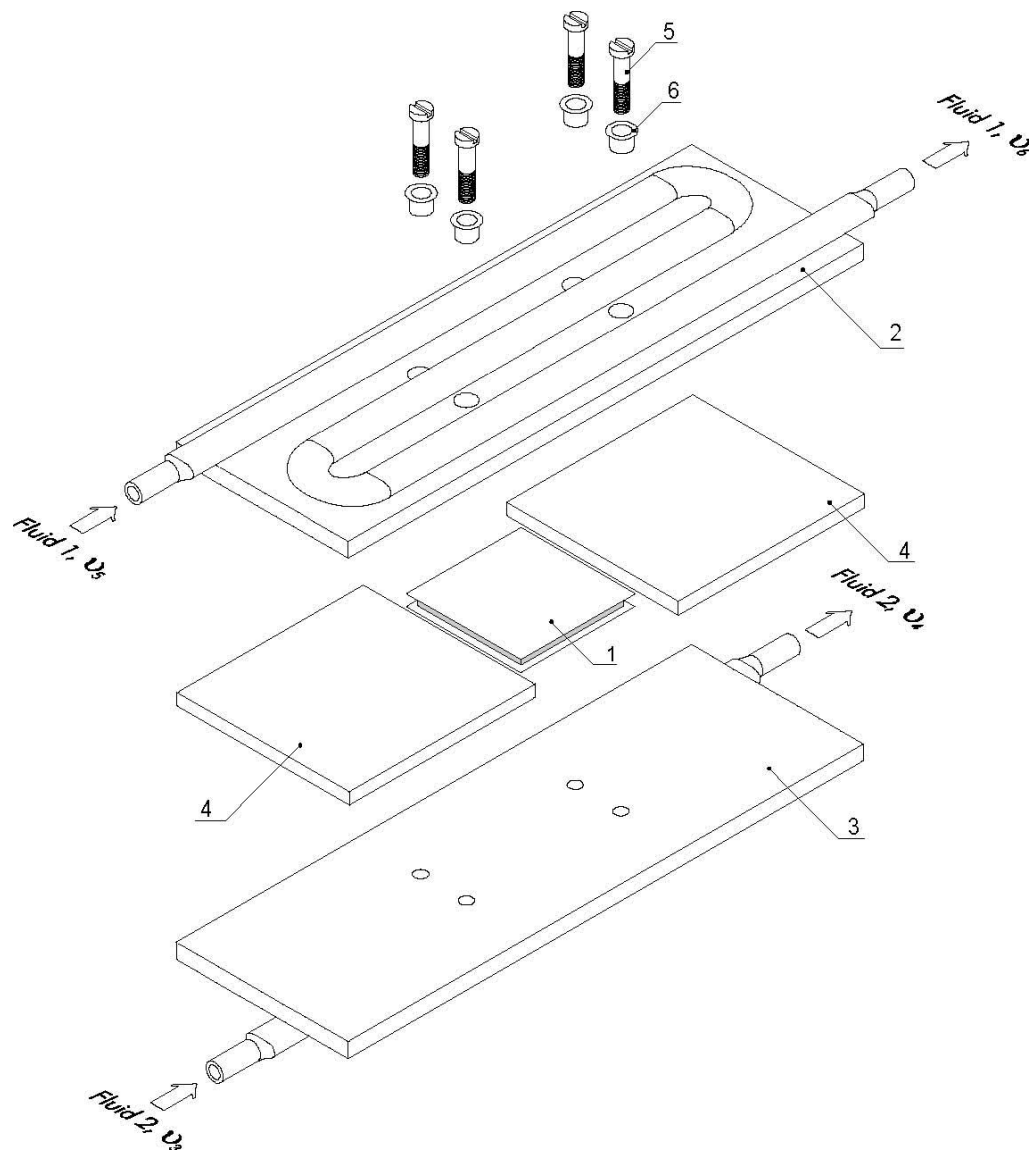


Слика I.7 - Промена температуре дуж термоелектричног модула у празном ходу

Из израза I.29 и I.30 се види да је збир температура $(\vartheta_t + \vartheta_h)$ једнак збиру температура $(\vartheta_{tp} + \vartheta_{hp})$, односно да су једнаки и $(\vartheta_t + \vartheta_h) / 2 = (\vartheta_{tp} + \vartheta_{hp}) / 2$; њихови полузбирови; $(\vartheta_{tp} + \vartheta_{hp}) / 2$ представља средњу температуру pn елемената, односно температуру према којој се одређује вредност њихових параметара a и λ . Дакле, параметри се могу одредити на основу средње вредности температура ϑ_t и ϑ_h . Ако се за неку "тачку" празног хода измере вредности ϑ_t и ϑ_h , као и вредност напона U , из једнакости I.32 се може одредити вредност коефицијента k_p .

4. ЛАБОРАТОРИЈСКА ПОСТАВКА

Плочнице са рп елементима се испитују помоћу апаратуре која је приказана на слици I.8, која представља два размењивача топлоте код којих се енергија предаје/одузима води.



Слика I.8 - Конструкција експерименталног уређаја

1. термоелектрични модул, 2. размењивач топлоте за топлу воду,

3. размењивач топлоте за хладну воду, 4. изолација, 5. завртњи, 6. изолациони умети

Водоводном инсталацијом је могуће подесити различите температуре воде и протоке кроз један и други размењивач топлоте - у поставци која се користи у вежби кроз хладну страну се пропуштана вода директно из водовода, а кроз топлу се пропушта вода из проточног бојлера, чија се температура може подешавати.

5. ЗАДАТАК ВЕЖБЕ

У огледу празног хода се помоћу вишеканалног инструмента мере температуре измењивача непосредно изнад централне тачке плочице са термоспојевима. Кроз горњи измењивач се пропушта вода из бојлера, а кроз доњи вода из водовода. На канал 1 инструмента је прикључен термопар којим се мери температура горњег измењивача, а на канал 2 доњег. Мери се Пелтијеова електромоторна сила на прикључцима pn спојева везаних на ред. На основу добијених резултата треба проценити коефицијент k_p на основу релације I.32. Одредити температуре ϑ_p и ϑ_{np} . Модул је димензија 60 x 48 mm, има $N = 126$ pn спојева и однос пресека кроз који протиче струја и дебљине елемента је $S/L = 1.5$ mm.

Кроз измењивач за хладну воду се пропусти вода директно из водовода са већим протоком, а кроз другом измењивач се обустави проток. Кроз модул се пропушта струја $I = 5.6$ A. Прати се промена температуре на измењивачу без протока и температура воде на уласку и изласку хладне воде. Поновити експеримент за обрнути смер струје. Описати процесе који се догађају.

У режиму топлотне пумпе, када се топлота одузима од хладне воде и предаје топлој води, мери се температура у 6 тачака – температуре размењивача непосредно изнад површина плочице (канал 1 и 2), температуре флуида на улазу и излазу из размењивача за хладну воду (канал 3 и 4) и температуре флуида на улазу и излазу из размењивача за топлу воду (канал 5 и 6). Подесити протоке тако да се постигне приметан пораст температуре топле воде од улаза ка излазу, односно приметно снижење температуре хладне воде од улаза ка излазу. Одредити снаге хлађења хладне воде, снаге загревања топле воде и снаге уложене електричне енергије.

6. ЛИТЕРАТУРА

[1] <http://www.lairdtech.com/product-categories/thermal-management>

[2] З. Радаковић, М. Јовановић: "Збирка задатака из Електротермије са приручником за лабораторијске вежбе", Електротехнички факултет, друго издање, Београд 1996.