



**ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ**

Катедра за енергетске претвараче и погоне

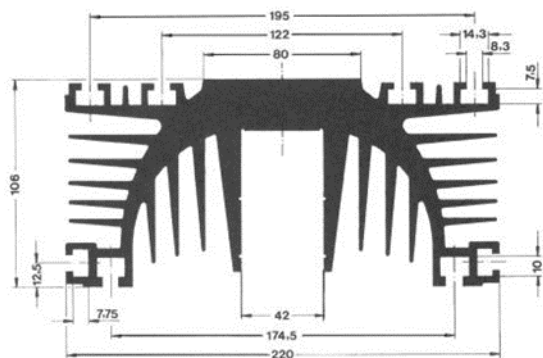
Термички процеси у електроенергетици

**Материјали за рачунске вежбе
(Први колоквијум)**

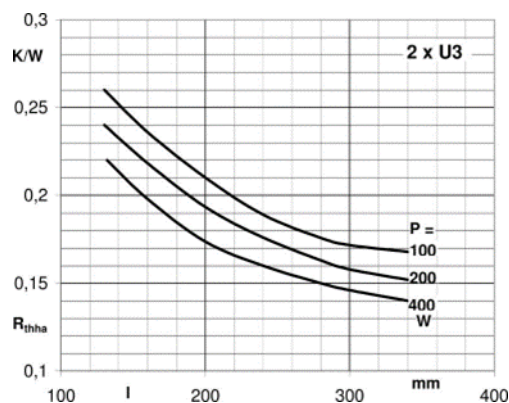
Октобар 2023.

Задатак 1 – Хлађење транзистора

Одредити минималну дужину хладњака (приказаног на слици 1.1) тако да температура транзистора, који се хлади помоћу њега, у устаљеном стању буде испод дозвољене вредности од 150°C . Снага генерисања губитака у транзистору је 200 W . Отпор провођењу топлоте кроз транзистор је $R_t^T = 0,4\text{ K/W}$, а еквивалентни отпор провођењу топлоте кроз хладњак и преласку топлоте природним струјањем са хладњака на околни ваздух је дат на слици 1.2 као зависност $R_{thha}^T(l, P)$. Температура амбијента је 26°C .



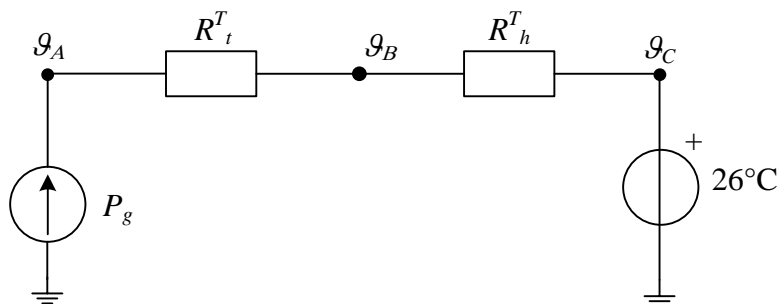
Слика 1.1 – Изглед и димензије хладњака



Слика 1.2 – Зависност еквивалентног отпора провођењу топлоте кроз хладњак и преласку топлоте природним струјањем са хладњака на околни ваздух од дужине хладњака и снаге губитака

Решење

Еквивалентна топлотна шема је приказана на слици 1.3.



Слика 1.3 – Топлотна шема

Тачка В представља спој хладњака и транзистора. Са једне стране тачке В налази се отпор провођењу топлоте кроз транзистор а са друге еквивалентни отпор провођењу топлоте кроз хладњак и преносу топлоте струјањем са хладњака на околни ваздух. Тачка С представља околину. У тачку А се инјектира снага губитака P_g и њен потенцијал, односно температура представља тражену температуру.

У устаљеном стању целокупна снага генерисана у транзистору се са хладњака одводи у околину. Температура тачке А мора бити мања од 150°C тј. максимална вредност укупног топлотног отпора је

$$R_{uk}^T = R_t^T + R_h^T = \frac{\vartheta_A - \vartheta_C}{P_g} = \frac{150^{\circ}\text{C} - 26^{\circ}\text{C}}{200\text{ W}} = 0,62\text{ K/W}. \quad (1.1)$$

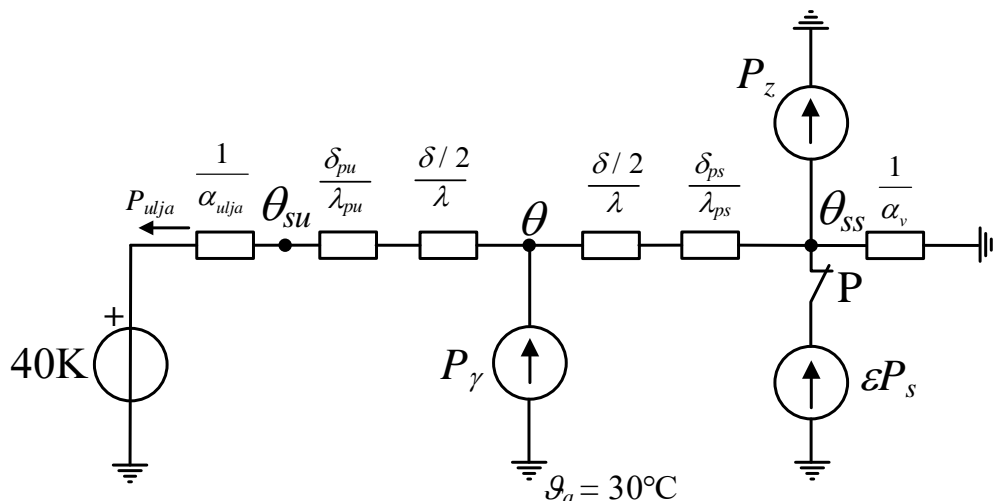
Пошто је вредност отпора R^T_t дата у тексту задатка, вредност отпора R^T_h износи $0,62 \text{ K/W} - 0,4 \text{ K/W} = 0,22 \text{ K/W}$. На основу познате вредности отпора ($0,22 \text{ K/W}$) и снаге губитака (200 W) са графика $R^T_h(l, P)$ се одређује минимална дужина хладњака од 160 mm .

Задатак 2 – Загревање суда трансформатора

Суд енергетског уљног трансформатора загрева се услед расутог флукса. Температура амбијента износи 30°C , а температура уља са унутрашње стране зида износи 70°C . Ова температура уља је одређена глобалним загревањем трансформатора, које доминантно зависи од губитака у намотајима и у језгру, због чега се ће се сматрати да не зависи од локалног загревања зида суда услед расутог флукса. Коефицијент размене топлоте струјањем између уља и површи суда износи $65 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$, а између површи суда и ваздуха $7 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Коефицијент сивоће површи суда износи $0,8$. Која је минимална вредност површинске густине снаге загревања услед расутог флукса при којој може доћи до гасирања уља (до њега може да дође када температура површи зида у додиру са уљем достигне 140°C)? Ову вредност одредити за два случаја: у току ноћи и у току дана, при површинској густини снаге сунчевог зрачења која пада на површ суда од $500 \text{ W}/\text{m}^2$. Компонента размене енергије зрачењем на унутрашњој страни зида се може занемарити. Отпор преносу топлоте провођењем кроз зид (добре топлотне проводности λ) и танке слојеве заштитних премаза на унутрашњој (δ_{pu}) и спољашњој (δ_{ps}) страни се такође може занемарити.

Решење

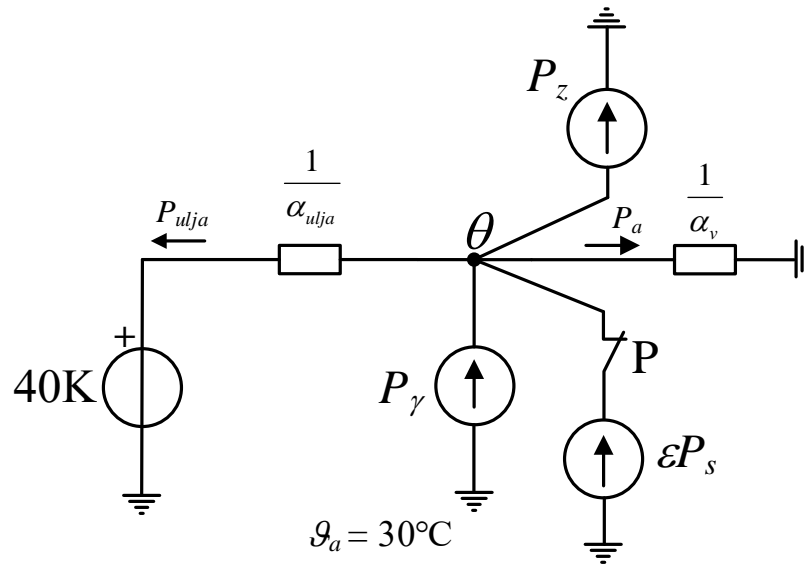
На слици 2.1 је приказана заменска шема са концентрисаним параметрима која описује топлотни процес загревања. Када је прекидач P затворен, шема моделује загревање трансформаторског суда током дана, док је за загревање током ноћи прекидач P отворен.



Слика 2.1

По тексту задатка, могуће је занемарити топлотне отпоре провођењу топлоте кроз зид суда и танке заштитне премазе на унутрашњој и спољашњој страни зида тј. зид се може

сматрати изотермичним ($\theta_{su} = \theta = \theta_{ss}$). Тиме се шема са слике 2.1 своди на шему приказану на слици 2.2.



Слика 2.2

Услов за појаву гасирања уља је температура површи зида у додиру са уљем од 140°C , односно у посматраном случају $\theta = 140^{\circ}\text{C} - 30^{\circ}\text{C} = 110\text{ K}$.

Површинска густина снаге која се са зида преноси струјањем на уље је

$$P_{ulja} = \frac{\theta - 40\text{ K}}{\frac{1}{\alpha_{ulja}}} = \alpha_{ulja}(\theta - 40\text{ K}) = 4550\text{ W/m}^2. \quad (2.1)$$

Површинска густина снаге која се са зида преноси струјањем на амбијентални ваздух је

$$P_a = \frac{\theta}{\frac{1}{\alpha_v}} = \alpha_v\theta = 770\text{ W/m}^2. \quad (2.2)$$

Површинска густина снаге која се са зида преноси зрачењем на амбијентални ваздух је

$$P_z = \varepsilon \cdot \sigma_c((273,15 + \vartheta_a + \theta)^4 - (273,15 + \vartheta_a)^4) = 938,52\text{ W/m}^2. \quad (2.3)$$

У току дана ($P \Rightarrow \text{on}$), једначина биланса снаге за чвор θ на слици 2.2 је

$$P_\gamma + \varepsilon P_s = P_{ulja} + P_z + P_a. \quad (2.4)$$

У току ноћи ($P \Rightarrow \text{off}$), једначина биланса снаге за чвор θ на слици 2.2 је

$$P_\gamma = P_{ulja} + P_z + P_a. \quad (2.5)$$

Решавањем једначина (2.4) и (2.5) добија се тражена вредност површинске густине снаге загревања зида услед расутог флукса. Током дана $P_\gamma = 6258,52\text{ W}$, током ноћи $P_\gamma = 6658,52\text{ W}$.

У табели 2.1 дат је преглед вредности површинске снаге загревања суда трансформатора услед расутог флукса за случајеве разматране у овом задатку, као и у примеру из 2. поглавља текста са предавања (TPE09_Casovi_3do5).

Табела 2.1

Услов	Нема размене топлоте између уља и зида	Гасирање уља
Дан	125,51 W	6258,52 W
Ноћ	525,51 W	6658,52 W

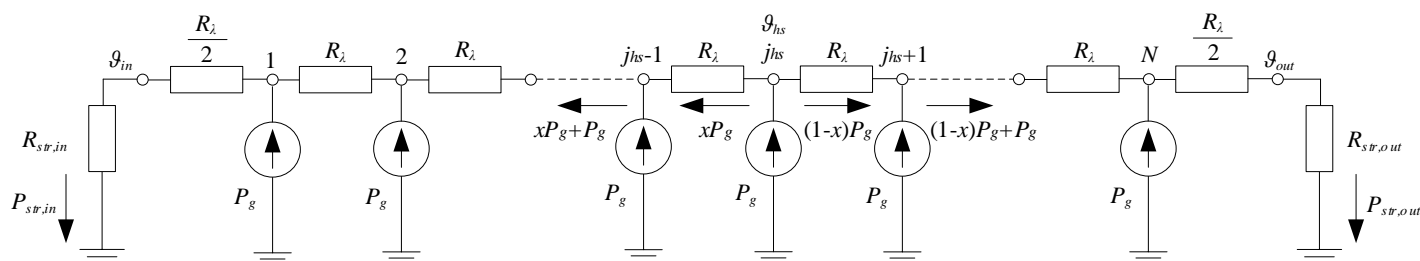
На крају, треба напоменути да је у оба примера узето да је температура амбијенталног ваздуха током ноћи једнака дневној температури. У случају да је узето да је температура током ноћи нижа од температуре током дана, вредности површинске густине снаге загревања би биле веће од оних приказаних у табели 2.1.

Задатак 3 – Загревање сувог трансформатора

Израчунати температуру најтоплије тачке намотаја сувог електроенергетског трансформатора који се хлади ваздухом температуре 20°C , при чему коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње стране површи на ваздух износи $\alpha_u = 6 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$, а са спољашње стране површи на ваздух износи $\alpha_s = 8 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Висина намотаја је $H = 0,75 \text{ m}$, а унутрашњи пречник $D_u = 363 \text{ mm}$. Намотај је фолијског типа и има $N = 119$ навојака, сваки висине једнаке висини намотаја; дебљина изолације између навојака износи $\delta_i = 0,046 \text{ mm}$, специфична топлотна проводност изолације $\lambda_i = 0,15 \text{ W}/(\text{mK})$, ширина проводника (алуминијум) $\delta_{Al} = 0,2 \text{ mm}$. Губици у једном навојку износе $P_{\gamma l} = 10 \text{ W}$. При решавању задатка сматрати да је отпор преносу топлоте провођењем кроз слојеве изолације исти, односно израчунавати га као отпор провођењу топлоте кроз раван зид површине $(\pi (D_u + N \delta_{Al} + (N + 1) \delta_i)) H$ и дебљине δ_i . Отпоре преласку топлоте струјањем на унутрашњој и спољашњој површи намотаја рачунати на основу њихове стварне површине. Слој изолације постоји и на унутрашњој страни кроз унутрашњег навојка и на спољној страни кроз спољашњег навојка. Збир првих n чланова аритметичког реда (први елемент реда a_1 , разлика два суседна члана реда d) износи $n a_1 + (n(n - 1))/2 d$.

Решење

На слици 3.1 приказана је топлотна шема којом се моделује загревање сувог трансформатора.



Слика 3.1

Како услови хлађења спољашње и унутрашње површи намотаја нису симетрични, разликоваће се и снаге којима се топлота кроз ове површи струјањем предаје амбијенту:

$$P_{str,in} = xP_\gamma + (j_{hs} - 1)P_\gamma = (j_{hs} + x - 1)P_\gamma, \quad (3.1)$$

$$P_{str,out} = (1 - x)P_\gamma + (N - j_{hs})P_\gamma = (N - j_{hs} - x + 1)P_\gamma. \quad (3.2)$$

Површине површи потребне за израчунавање топлотних отпорности су:

$$S = \pi(D_u + N\delta_{Al} + (N + 1)\delta_i)H = 0,9244 \text{ m}^2, \quad (3.3)$$

$$S_{in} = \pi D_u H = 0,8553 \text{ m}^2, \quad (3.4)$$

$$S_{out} = \pi(D_u + 2N\delta_{Al} + 2(N + 1)\delta_i)H = 0,9935 \text{ m}^2. \quad (3.5)$$

Топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз слој изолације је:

$$R_\lambda = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta_i}{S} = 3,3175 \cdot 10^{-4} \frac{K}{W}. \quad (3.6)$$

Топлотни отпор преносу топлоте струјањем са граничних површи намотаја је:

$$R_{str,in} = \frac{1}{\alpha_u S_{in}} = 0,1949 \frac{K}{W}, \quad (3.7)$$

$$R_{str,out} = \frac{1}{\alpha_s S_{out}} = 0,1258 \frac{K}{W}. \quad (3.8)$$

Температуре граничних површи једнаке су:

$$\vartheta_{in} = \vartheta_a + P_{str,in} \cdot R_{str,in}, \quad (3.9)$$

$$\vartheta_{out} = \vartheta_a + P_{str,out} \cdot R_{str,out}. \quad (3.10)$$

Сада је могуће написати изразе за температуру најтоплије тачке и то на два начина, крећући се од спољашње граничне површи ка најтоплијој тачки и крећући се од унутрашње граничне површи ка најтоплијој тачки:

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_{in} + \sum_{j=1}^{j_{hs}} R_j P_j, \quad (3.11)$$

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_{out} + \sum_{j=j_{hs}}^N R_j P_j. \quad (3.12)$$

Изједначавањем израза (3.11) и (3.12) уз уважавање израза (3.9) и (3.10) добијамо:

$$\vartheta_a + P_{str,in} \cdot R_{str,in} + \sum_{j=1}^{j_{hs}} R_j P_j = \vartheta_a + P_{str,out} \cdot R_{str,out} + \sum_{j=j_{hs}}^N R_j P_j, \quad (3.13)$$

$$P_{str,in} \cdot R_{str,in} - P_{str,out} \cdot R_{str,out} = \left[\sum_{j=j_{hs}}^N R_j P_j - \sum_{j=1}^{j_{hs}} R_j P_j \right], \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned}
& (j_{hs} + x - 1)P_{\gamma} \cdot R_{str,in} - (N - j_{hs} - x + 1)P_{\gamma} \cdot R_{str,out} \\
& = R_{\lambda} \left[\left[(1-x)P_{\gamma} + \left((1-x)P_{\gamma} + P_{\gamma} \right) + \left((1-x)P_{\gamma} + 2P_{\gamma} \right) + \dots \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2} \left((1-x)P_{\gamma} + (N - j_{hs})P_{\gamma} \right) \right] \right. \\
& \quad \left. - \left[xP_{\gamma} + (xP_{\gamma} + P_{\gamma}) + (xP_{\gamma} + 2P_{\gamma}) + \dots \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2} \left(xP_{\gamma} + (j_{hs} - 1)P_{\gamma} \right) \right] \right], \tag{3.15}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (j_{hs} + x - 1)R_{str,in} - (N - j_{hs} - x + 1)R_{str,out} \\
& = R_{\lambda} \left[\left[(1-x) \left(N - j_{hs} + \frac{1}{2} \right) + \frac{(N - j_{hs} - 1)(N - j_{hs})}{2} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2} (N - j_{hs}) \right] - \left[\left(j_{hs} - \frac{1}{2} \right) x + \frac{(j_{hs} - 2)(j_{hs} - 1)}{2} + \frac{1}{2} (j_{hs} - 1) \right] \right]. \tag{3.16}
\end{aligned}$$

У једначини (3.16) фигуришу две непознате j_{hs} и x . Решење ове једначине могуће је одредити ако се искористе две њене специфичности: 1) j_{hs} мора бити цео број између 1 и $N = 119$; 2) x мора бити у интервалу $(0, 1)$ тј. само на навојку где је најтоплија тачка долази до „дељења“ снаге губитака (слика 3.1). Дакле, уколико се у једначину (3.16) замене два теоријска гранична случаја $x = 0$ и $x = 1$, добијају се две једначине чијим се решавањем добијају граничне вредности за j_{hs} :

- $x = 0$

$$\begin{aligned}
& (j_{hs} - 1)R_{str,in} - (120 - j_{hs})R_{str,out} \\
& = R_{\lambda} \left[119,5 - j_{hs} + \frac{(118 - j_{hs})(119 - j_{hs})}{2} + \frac{1}{2} (119 - j_{hs}) \right. \\
& \quad \left. - \frac{(j_{hs} - 2)(j_{hs} - 1)}{2} - \frac{1}{2} (j_{hs} - 1) \right]. \tag{3.17}
\end{aligned}$$

- $x = 1$

$$\begin{aligned}
& j_{hs}R_{str,in} - (119 - j_{hs})R_{str,out} \\
& = R_{\lambda} \left[\frac{(118 - j_{hs})(119 - j_{hs})}{2} + \frac{1}{2} (119 - j_{hs}) - \frac{3}{2} j_{hs} - 1 \right. \\
& \quad \left. - \frac{(j_{hs} - 2)(j_{hs} - 1)}{2} \right]. \tag{3.18}
\end{aligned}$$

Решавањем једначина (3.17) и (3.18) добија се да j_{hs} мора бити веће од 48,085 и мање од 49,085, односно једина целобројна вредност је $j_{hs} = 49$. Заменом ове вредности у (3.16) добија се једначина чијим се решавањем добија и вредност $x = 0,085$.

Сада заменом ове вредности у изразе (3.9), (3.10) и (3.11) добијамо вредности температура граничних површи и најтоплије тачке:

$$\vartheta_{in} = 113,72^{\circ}\text{C} \tag{3.19}$$

$$\vartheta_{out} = 109,21^{\circ}\text{C} \tag{3.20}$$

$$\vartheta_{hs} = 117,55^{\circ}\text{C} \tag{3.21}$$

Задатак 4 – Оптеретљивост кабла у различитим амбијенталним и условима полагања

Једножилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\text{Cu}} = 56 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{\text{Cu}20} = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$) $S_{\text{Cu}} = 95 \text{ mm}^2$, са PVC изолацијом дебљине изолације $d_{iz} = 1 \text{ mm}$ (топлотне специфичне проводности $\lambda_i = 0,16 \text{ W/(mK)}$). Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{doz} = 70^{\circ}\text{C}$. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл у следећим случајевима:

- 1) Кабл је положен директно у тло специфичне топлотне отпорности $\rho_z = 2,5 \text{ (mK)/W}$.
- 2) Кабл је прво постављен у кошуљицу сачињену од материјала специфичне топлотне отпорности $\rho_{zk} = 1 \text{ (mK)/W}$ - сматрати да је спољашња површ кошуљице цилиндар пречника $D_k = 200 \text{ mm}$.
- 3) Кабл се налази у ваздуху (коефицијент преласка топлоте струјањем са површине кабла на ваздух је $\alpha = 7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$) у току дана, када је температура амбијента $\vartheta_{a,d} = 30^{\circ}\text{C}$, а кабл је на половини свог обим изложен сунчевом зрачењу површинске густине $q_s = 700 \text{ W/m}^2$.
- 4) Кабл се налази у ваздуху (коефицијент преласка топлоте струјањем са површине кабла на ваздух је $\alpha = 7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$) у току ноћи, када је температура амбијента $\vartheta_{a,n} = 20^{\circ}\text{C}$.
- 5) Кабл се налази у ваздуху у току ноћи, када је температура амбијента $\vartheta_{a,n} = 20^{\circ}\text{C}$, при чему је због ветра коефицијент преласка топлоте струјањем са површине кабла на ваздух порастао на $\alpha_v = 15 \text{ W/(m}^2\text{K)}$.

При израчунавању за случајеве 1) и 2) сматрати да се као "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака $\vartheta_z = 20^{\circ}\text{C}$, може узети цилиндар пречника $D_{ref} = 1000 \text{ mm}$. Коефицијент сивоће кабла износи $\varepsilon = 0,8$.

Решење

Пречник бакарног проводника износи

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10,998 \approx 11 \text{ mm}, \quad (4.1)$$

па је спољашњи пречник једножилног кабла:

$$D_s = D_u + 2\delta_{iz} = 11 + 2 = 13 \text{ mm}. \quad (4.2)$$

У граничном случају, при дозвољеној једносмерној струји, температура бакарног проводника једнака је 70°C , па вредност подужне електричне отпорности бакра износи:

$$R_{\text{Cu}}^{70^{\circ}\text{C}} = \frac{1}{\sigma \cdot S} (1 + \alpha(70^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C})) = \frac{1}{56 \cdot 95} (1 + 4,29 \cdot 10^{-3} \cdot 50) = 2,28 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ m} \quad (4.3)$$

У стационарном топлотном стању сва топлота која настаје као последица Џулових губитака у бакарном проводнику одводи се у околину, преко PVC изолације (провођењем кроз околну земљу, односно струјањем ка околном ваздуху и зрачењем

(кабл се у току дана додатно загрева услед сунчевог зрачења, док током ноћи та компонента не постоји)).

Цулови губици једнаки су:

$$P_{\gamma} = R_{Cu}^{70^{\circ}C} \cdot I^2 \quad (4.4)$$

У случају када је кабл положен у земљу/кошуљицу тј. када се топлота преноси само провођењем, једначина биланса снаге гласи

$$P_{\gamma} = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_{tot}^T} \quad (4.5)$$

$$R_{Cu}^{70^{\circ}C} \cdot I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_{tot}^T} \quad (4.6)$$

Решавањем једначине (4.6) добија се израз одређивање дозвољене струје

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_{Cu}^{70^{\circ}C} R_{tot}^T}} \quad (4.7)$$

Случај 1:

Укупна подужна топлотна отпорност провођењу се одређује као

$$\begin{aligned} R_{tot,1}^T &= R_{iz}^T + R_z^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_i} \cdot \ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_z} \cdot \ln\left(\frac{D_{ref}}{D_s}\right) \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,16 \frac{W}{m \cdot K}} \cdot \ln\left(\frac{13mm}{11mm}\right) + \frac{2,5 \frac{m \cdot K}{W}}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{1000mm}{13mm}\right) \\ &= 1,89 \frac{Km}{W} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Заменом израза (4.8) у израз (4.7) добија се вредност дозвољене струје у случају када је кабл положен директно у тло

$$I_1 = \sqrt{\frac{70 - 20}{2,28 \cdot 10^{-4} \Omega m \cdot 1,89 \frac{K}{W}}} = 340,6 \text{ A} \quad (4.9)$$

Случај 2:

Укупна подужна топлотна отпорност провођењу се одређује као

$$\begin{aligned} R_{tot,1}^T &= R_{iz}^T + R_k^T + R_z^T \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_i} \cdot \ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{zk}} \cdot \ln\left(\frac{D_k}{D_s}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_z} \cdot \ln\left(\frac{D_{ref}}{D_k}\right) \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,16 \frac{W}{mK}} \cdot \ln\left(\frac{13mm}{11mm}\right) + \frac{1 \frac{mK}{W}}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{200mm}{13mm}\right) + \frac{2,5 \frac{mK}{W}}{2 \cdot \pi} \\ &\quad \cdot \ln\left(\frac{1000mm}{200mm}\right) = 1,242 \frac{Km}{W} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Заменом израза (4.10) у израз (4.7) добија се вредност дозвољене струје у случају када је кабл положен кошуљицу

$$I_2 = \sqrt{\frac{70 - 20}{2,28 \cdot 10^{-4} \Omega m \cdot 1,242 \frac{K}{W}}} = 420,2 \text{ A.} \quad (4.11)$$

У случају када се кабл налази у ваздуху, топлота генерисана услед Џулових губитака се преноси прво провођењем кроз изолацију проводника, а након тога струјањем и зрачењем са површини проводника ка амбијенту.

Температуру површине изолације кабла могуће је одредити из једначине

$$P_\gamma = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_p}{R_{iz}^T}. \quad (4.12)$$

Из једначина (4.12), након замене израза за топлотну отпорност изолације, добија се

$$\vartheta_p = \vartheta_{doz} - R_{Cu}^{70^\circ C} \cdot R_{iz}^T \cdot I^2. \quad (4.13)$$

Једначина биланса снага за случај кабла у ваздуху гласи:

$$P_\gamma + P_s = P_{zr} + P_{str}. \quad (4.14)$$

Снага додатног загревања кабла услед сунчевог зрачења једнака је

$$P_s = \varepsilon \sigma_c q_s \frac{D_s \pi}{2}. \quad (4.15)$$

Снага којом се топлота одводи зрачењем ка амбијенту је

$$P_{zr} = \varepsilon \sigma_c D_s \pi \left((\vartheta_p + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4 \right). \quad (4.16)$$

Снага којом се топлота одводи струјањем ка амбијенту је

$$P_{str} = \alpha D_s \pi (\vartheta_p - \vartheta_a). \quad (4.17)$$

Заменом (4.13) у (4.16) и (4.17), и уврштавањем ове две компоненте снаге и компоненти снаге дате изразима (4.12) и (4.15) у (4.14), добија се једначина чијим се решавањем долази до тражене вредности струје

$$R_{Cu}^{70^\circ C} \cdot I^2 + P_s = \varepsilon \sigma_c D_s \pi \left((\vartheta_{doz} - R_{Cu}^{70^\circ C} \cdot R_{iz}^T \cdot I^2 + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4 \right) + \alpha D_s \pi (\vartheta_{doz} - R_{Cu}^{70^\circ C} \cdot R_{iz}^T \cdot I^2 - \vartheta_a). \quad (4.18)$$

Случај 3:

Температура амбијента једнака је $\vartheta_{a,d} = 30^\circ C$, док је коефицијент преласка топлоте струјањем са површине кабла на ваздух $\alpha = 7 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Заменом бројних вредности у једначину (4.18) и њеним решавањем добија се дозвољена вредност струје од $I_3 = 200,2 \text{ A}$.

Случај 4:

Током ноћи нема утицаја сунчевог зрачења, па је важи $P_s = 0$. Температура амбијента једнака је $\vartheta_{a,n} = 20^\circ C$, док је коефицијент преласка топлоте струјањем са површине кабла на ваздух је $\alpha = 7 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Заменом бројних вредности у једначину (4.18) и њеним решавањем добија се дозвољена вредност струје од $I_4 = 324,3 \text{ A}$.

Случај 5:

Услед постојања ветра долази до повећања коефицијента преласка топлоте струјањем са површине кабла на ваздух на $\alpha_v = 15 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Остало је потпуно аналогно случају под

4. Заменом бројних вредности у једначину (4.18) и њеним решавањем добија се дозвољена вредност струје од $I_5 = 403,2$ А.

У табели 4.1 дат је преглед вредности дозвољене једносмерне струје кроз посматрани једножилни кабл.

Табела 4.1

Услови полагања/хлађења	I [A]
Директно у тло	340,6
Кошуљица добре топлотне проводности	420,2
Ваздух, сунчан дан, без ветра	200,2
Ваздух, ноћ, без ветра	324,3
Ваздух, ноћ, са ветром	403,2

Задатак 5 – Кратак спој на проводнику

Одредити дозвољену једносекундну једносмерну струју кратког споја ($I_{1s, doz}$) проводника од бабра/алуминијума површине кружног попречног пресека 95 mm^2 ако је максимална дозвољена температура изолације 180°C , а кратак спој настаје при номиналном оптерећењу (температура 100°C). Температура амбијента износи 30°C . Познате су карактеристике бабра/алуминијума: $c_{Cu}/c_{Al} = 385/903 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$, $\rho_{Cu}/\rho_{Al} = 8933/2702 \text{ kg/m}^3$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20 Cu}/\sigma_{20 Al} = 56/37,7 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20}/\alpha_{Al20} = 4,29/3,86 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Колика је разлика у израчунатој струји уколико се сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски и ако се уважи хлађење струјањем са спољње површи омотача, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем константан и износи $\alpha = 10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја кратког споја има константну вредност.

Решење

У општем случају важи следећа једначина биланса снага:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{str}. \quad (5.1)$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом:

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20} (\vartheta_{prov} - 20) \right) \frac{I_{1s, doz}^2}{S_{prov}}. \quad (5.2)$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом:

$$P_{akum} = C^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt}, \quad (5.3)$$

где је подужни топлотни капацитет једнак:

$$C^T = \rho_{prov} \cdot S_{prov} \cdot c_{p,prov}. \quad (5.4)$$

Подужна снага којом се топлотна енергија одводи са површине проводника (погледати напомену на крају решења) природним струјањем дата је изразом:

$$P_{str} = \alpha \cdot O_{prov} \cdot (\vartheta_{prov} - \vartheta_{amb}), \quad (5.5)$$

где је обим проводника једнак:

$$O_{prov} = D_{prov} \cdot \pi = \sqrt{\frac{4 \cdot S_{prov}}{\pi}} \cdot \pi = \sqrt{4 \cdot S_{prov} \cdot \pi} = 0,03455 \text{ m}. \quad (5.6)$$

Уколико се усвоји претпоставка да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски, занемарује се снага којом се топлота у току кратког споја одводи у околину ($P_{str} = 0$) и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. пораст температуре проводника у току кратког споја је мало мањи од тако израчунатог. Израз (5.1) тада постаје:

$$P_{gen} = P_{akum}. \quad (5.7)$$

Заменом израза (5.2) и (5.3) у (5.7) добија се следећа диференцијална једначина која описује промену температуре проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (тачке на унутрашњој површи изолације уз сам проводник

$$C^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20) \right) \frac{I_{1s,doz}^2}{S_{prov}}, \quad (5.8)$$

$$\frac{d\vartheta_{prov}}{(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20))} = \frac{1}{C^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{1s,doz}^2 dt, \quad (5.9)$$

$$\int_{\vartheta_{prov}=100}^{\vartheta_{max}=180} \frac{d\vartheta_{prov}}{(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20))} = \int_{t=0}^{t_{ks}} \frac{1}{C^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{1s,doz}^2 dt, \quad (5.10)$$

$$\frac{1}{\alpha_{20}} \ln \frac{1 + \alpha_{20}(180 - 20)}{1 + \alpha_{20}(100 - 20)} = \frac{1}{C^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{1s,doz}^2 t_{ks}, \quad (5.11)$$

$$I_{1s,doz} = \sqrt{\frac{C^T \sigma_{20} S_{prov}}{\alpha_{20} t_{ks}} \ln \frac{1 + \alpha_{20} \cdot 160}{1 + \alpha_{20} \cdot 80}}. \quad (5.12)$$

У случају проводника од бакра подужни топлотни капацитет има вредност $C^T_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot S_{prov} \cdot c_{p,Cu} = 326,7245 \text{ J/(mK)}$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20,Cu} = 56 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20} = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Заменом ових вредности у израз (5.12) добија се вредност дозвољене једносекундне једносмерне струје кратког споја за случај бакарног проводника

$$I_{1s,doz}^{Cu} = 9601,7 \text{ A}. \quad (5.13)$$

У случају проводника од алуминијума подужни топлотни капацитет има вредност $C^T_{Al} = \rho_{Al} \cdot S_{prov} \cdot c_{p,Al} = 231,7911 \text{ J/(mK)}$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20,Al} = 37,7 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Al20} = 3,86 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Заменом ових вредности у израз

(5.12) добија се вредност дозвољене једносекундне једносмерне струје кратког споја за случај алуминијумског проводника

$$I_{1s,doz}^{Al} = 6749,69A. \quad (5.14)$$

Уколико се уважава одвођење топлоте са површине проводника, потребно је решити једначину (5.1). Заменом израза (5.2), (5.3), (5.4), (5.5) и (5.6) у (5.1) добија се следећа диференцијална једначина која описује промену температуре проводника

$$\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20)\right) \frac{I_{1s,doz}^2}{S_{prov}} = C^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt} + \alpha \cdot O_{prov} \cdot (\vartheta_{prov} - \vartheta_{amb}), \quad (5.15)$$

$$\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20)\right) \frac{I_{1s,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot (\vartheta_{prov} - \vartheta_{amb}) = C^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt}, \quad (5.16)$$

$$\int_{\vartheta_{prov}=100}^{\vartheta_{max}=180} \frac{d\vartheta_{prov}}{\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20)\right) \frac{I_{1s,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot (\vartheta_{prov} - \vartheta_{amb})} = \int_{t=0}^{t_{ks}} \frac{dt}{C^T}, \quad (5.17)$$

$$\frac{1}{\frac{\alpha_{20} I_{1s,doz}^2}{\sigma_{20} S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov}} \ln \frac{\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}(180 - 20)\right) \frac{I_{1s,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot (180 - 30)}{\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}(100 - 20)\right) \frac{I_{1s,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot (100 - 30)} = \frac{t_{ks}}{C^T}, \quad (5.18)$$

$$\ln \frac{\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20} \cdot 160\right) \frac{I_{1s,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot 150}{\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20} \cdot 80\right) \frac{I_{1s,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot 70} = \frac{1}{C^T} \left(\frac{\alpha_{20} I_{1s,doz}^2}{\sigma_{20} S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \right). \quad (5.19)$$

Једначина (5.19) нема аналитичко решење, али је могуће решити је итеративним путем (или употребом одговарајућег калкулатора).

За случај проводника од бакра, заменом одговарајућих вредности параметара једначине добија се следећа једначина:

$$\ln \frac{3,17 \cdot 10^{-4} \cdot I_{1s,doz}^{Cu}{}^2 - 51,8272}{2,52 \cdot 10^{-4} \cdot I_{1s,doz}^{Cu}{}^2 - 24,1860} = \frac{8,06 \cdot 10^{-7} \cdot I_{1s,doz}^{Cu}{}^2 - 0,3455}{326,7245}. \quad (5.20)$$

Решавањем једначине (5.20) добија се:

$$I_{1s,doz}^{Cu}{}^2 = 93154733,92A^2, \quad (5.21)$$

$$I_{1s,doz}^{Cu} = 9651,67A. \quad (5.22)$$

За случај проводника од алуминијума, заменом одговарајућих вредности параметара једначине добија се следећа једначина:

$$\ln \frac{4,52 \cdot 10^{-4} \cdot I_{1s,doz}^{Al^2} - 51,8272}{3,65 \cdot 10^{-4} \cdot I_{1s,doz}^{Al^2} - 24,1860} = \frac{1,08 \cdot 10^{-6} \cdot I_{1s,doz}^{Al^2} - 0,3455}{231,7911} \quad (5.23)$$

Решавањем једначине (5.23) добија се:

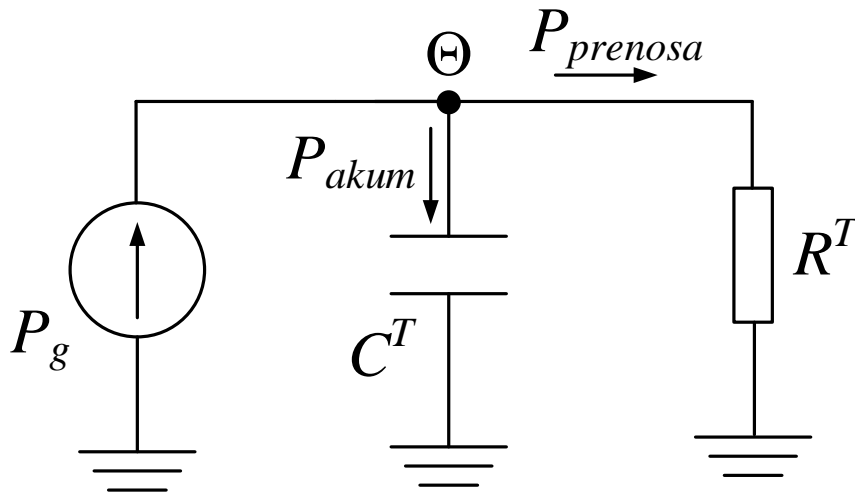
$$I_{1s,doz}^{Al^2} = 45976272,81A^2, \quad (5.24)$$

$$I_{1s,doz}^{Al} = 6780,58A. \quad (5.25)$$

Дакле, уколико се уважи утицај хлађења, проводнике је могуће оптеретити већом једносмерном струјом за 49,97 А у случају бакарног проводника, односно 30,89 А у случају алуминијумског проводника.

Напомена: У изразу (5.5), приликом прорачуна снаге која се струјањем одводи са површине проводника ка амбијенталном ваздуху, занемарено је постојање изолације на његовој површини. Ово је урађено како би се поједноставио израз (5.5), а самим тим и диференцијална једначина (5.15).

Додатак: Једначина (5.1) у случају када је снага губитака/загревања константна и када се може сматрати да је температура по запремини константна, представља често коришћен термички модел у електроенергетици. Одговарајуће топлотне шема је приказана на слици 5.1



Слика 5.1

где је C^T укупан топлотни капацитет посматраног тела, а R^T укупан топлотни отпор преносу топлоте од тела ка амбијенту.

Дакле, једначина (5.1) у благо измењеном облику гласи

$$P_g = P_{akum} + P_{prenosa}, \quad (5.26)$$

при чему су горе наведене снаге дате изразима:

$$P_{akum} = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt}, \quad (5.27)$$

$$P_{prenosa} = \frac{\theta}{R^T}. \quad (5.28)$$

Са θ је означен пораст температуре посматраног тела у односу на амбијент.

Заменом израза (5.27) и (5.28) у једначину (5.26) се добија диференцијална једначина која описује промену пораста температуре изотермичког тела у односу на амбијент

$$P_g = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R^T} \quad (5.29)$$

Даљим сређивањем се добија једначина у следећој форми:

$$R^T \cdot P_g = R^T \cdot C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta, \quad (5.30)$$

$$R^T \cdot P_g = \tau \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta, \quad (5.31)$$

где је са τ означена временска константа система. Њено решење има следећи облик:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (5.32)$$

где је са θ_0 означен пораст температуре у почетном тренутку, а са θ_∞ пораст температуре у стационарном стању (које би се достигло када би загревање трајало неограничено дуго).

У стационарном стању нема промене температуре, те је извод температуре (па и пораста температуре) једнак нули:

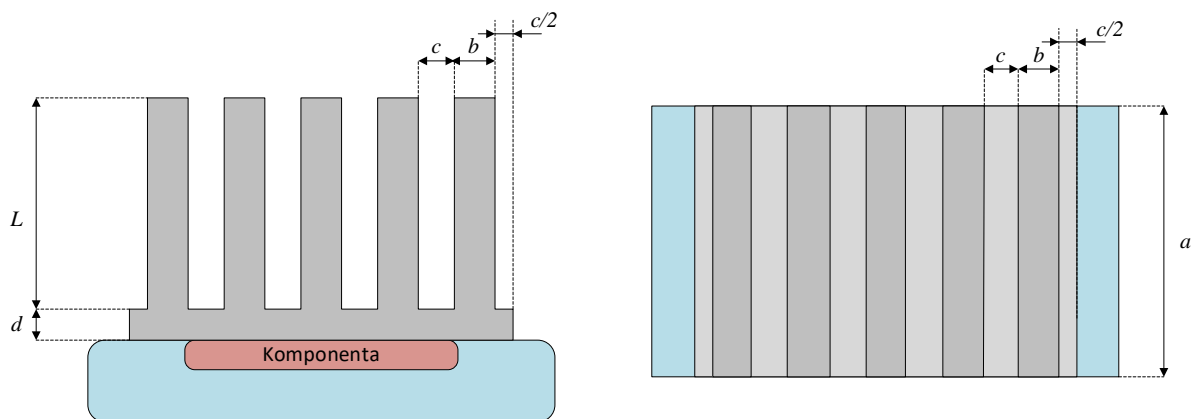
$$\frac{d\theta}{dt} = 0, \quad (5.33)$$

те се заменом у једначину (5.31) добија:

$$\theta_\infty = P_g \cdot R^T. \quad (5.34)$$

Задатак 6 – Хлађење компоненте енергетске електронике

Написати систем диференцијалних једначина чијим се решавањем може одредити временска промена температуре компоненте енергетске електронике која се хлади помоћу хладњака приказаног на слици 6.1. Топлота се унутар компоненте генерише снагом P_g . Топлотни отпор између места генерисања топлоте у компоненти и основе хладњака је R^T , а топлотни капацитет компоненте је C^T . Хладњак се састоји из основе и n ребара. Ребра хладњака израђена су од алуминијума (топлотне проводности λ_r , специфичне масене топлотне капацитивности $c_{p,r}$ и густине ρ_r). Ребра су правоугаоног попречног пресека (димензија a и b). Растојање између ребара износи c . Дужина ребара износи L . Основа хладњака израђена је од материјала велике топлотне проводности ($\lambda_o \rightarrow \infty$), специфичне масене топлотне капацитивности $c_{p,o}$ и густине ρ_o . Може се сматрати да се основа хладњака хлади амбијенталним ваздухом само на површи која је на пројекцији приказаној на слици 6.1 хоризонтална. Дебљина основе износи d . Температура ваздуха је константна и износи ϑ_{vaz} . Коефицијент преноса топлоте струјањем зависи од разлике температуре ребра и амбијенталног ваздуха ($\theta = \vartheta - \vartheta_{vaz}$) $\alpha(\theta) = \alpha_1 + \alpha_0 (\theta/20)^{0,8}$, где је α_0 позната константа. При моделовању, свако од ребара поделити на m једнаких делова за које се сматра да представљају изотермичке запремине. Сматрати да је температура по попречном пресеку ребра константна. Занемарити пренос топлоте зрачењем. Може се сматрати да се у почетном тренутку компонента и хладњак налазе на температури амбијента.



Слика 6.1

Решење

Топлота, која настаје као последица губитака у компоненти, преноси се провођењем кроз саму компоненту до њене површине, а након тога провођењем кроз термалну пасту (која се поставља како би се смањила контактна отпорност која постоји на споју два чврста тела) до површине хладњака. Еквивалентна вредност топлотне отпорности од места генерисања до површине компоненте је каталогски податак, у тексту задатка дата је укупна вредност ове отпорности и отпорности термалне пасте. Након тога топлота се провођењем прерасподељује по основи хладњака и даље ка сваком појединачном ребру. На крају, топлота се струјањем предаје околном ваздуху који струји по површини хладњака. Овај процес је сликовито приказан на слици 6.2.

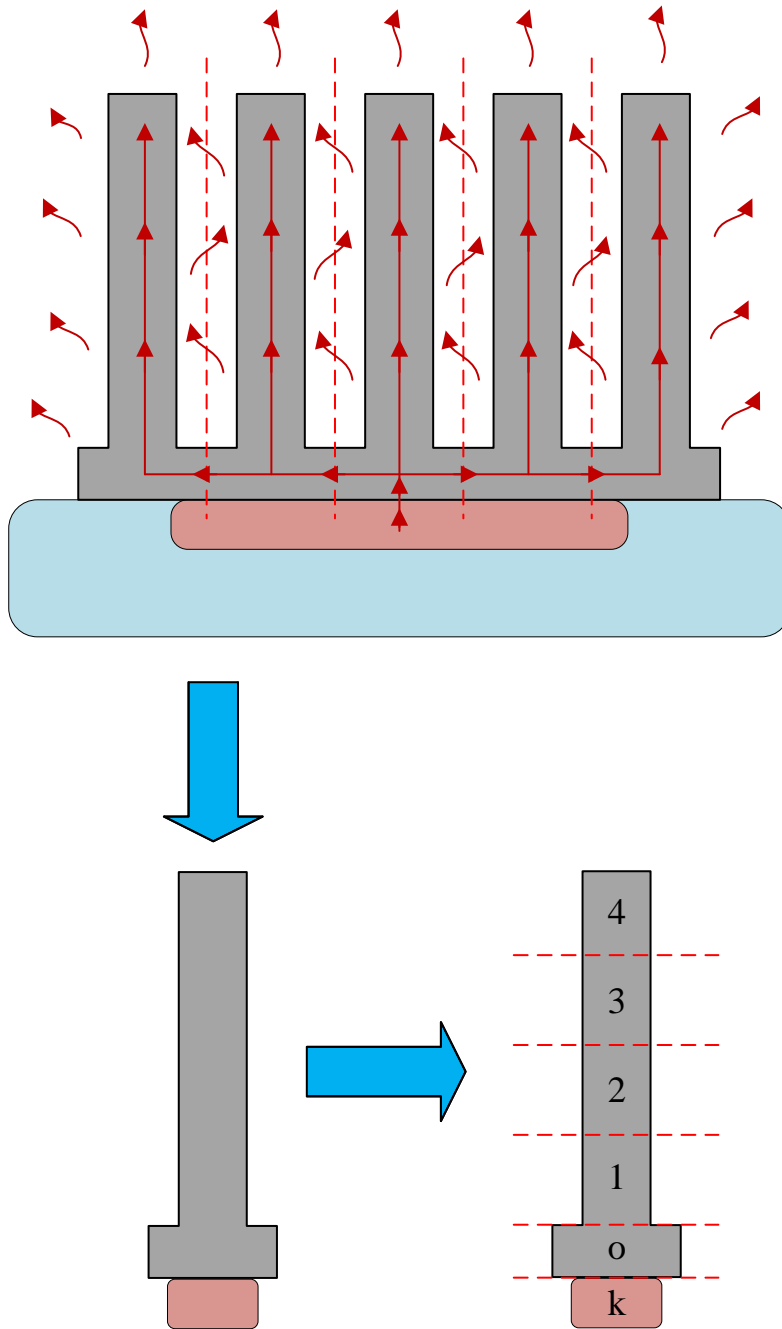
Према усвојеној идеализацији, топлотна проводност материјала основе је веома велика, па је топлотна отпорност преносу топлоте провођењем кроз основу занемарљиво мала и основа хладњака се може представити као изотермичка запремина. У задатку су уведене и два претпоставке које се односе на начин на који се топлота предаје амбијенту: 1) пренос топлоте зрачењем је занемарљиво мали (оправдано у случају да су температуре релативно ниске) и 2) пренос топлоте струјањем са бочних површи основе хладњака је занемарен. Ове две претпоставке су уведене како би се олакшало решавање задатка, односно како би се добио случај када су сва ребра „једнака“ и проблем било могуће посматрати само на једном ребру. Дакле, могуће је хладњак и компоненту поделити и посматрати само n -ти део целог система (слика 6.2) – за „еквивалентну“ компоненту важе следеће релације:

$$P_k = P_\gamma / n, \quad (6.1)$$

$$C_k^T = C^T / n, \quad (6.2)$$

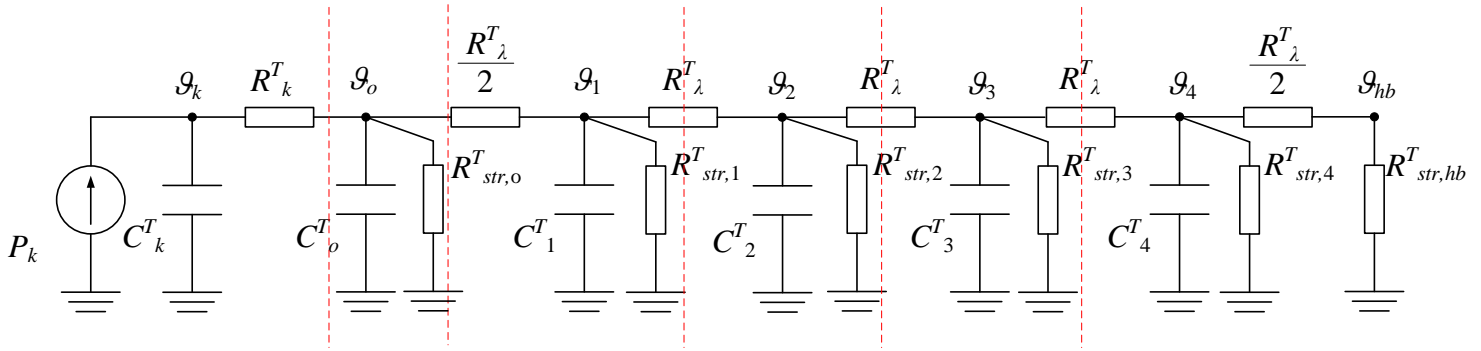
$$R_k^T = R^T \cdot n. \quad (6.3)$$

Како би се одредила временска промена температуре компоненте и хладњака, потребно је систем део компоненте – део основе хладњака – ребро поделити на довољно мале делиће тако да се може сматрати да они представљају изотермичке запремине. Ова подела приказана је на слици 6.2 – изотермичке делови су: део компоненте (k), део основе (o) и m делова ребра (нпр. делови 1 – 4).



Слика 6.2

Топлотна шема којом се може моделовати временска промена температуре компоненте и хладњака приказана је на слици 6.3. Температуре чворова одговарају температури изотермичких запремина наведених 6 делова, приказаних на слици (6.2). Црвене испрекидане линије на слици 6.3 одговарају црвеним испрекиданим линијама на слици (6.2).



Слика 6.3.

Вредности параметара на слици 6.3 су:

- Топлотни капацитет дела основе хладњака

$$C_o^T = \rho_o c_{p,o} a(b+c)d, \quad (6.4)$$

- Топлотна отпорност одвођењу топлоте струјањем са површи основе хладњака

$$R_{str,o}^T = \frac{1}{\alpha(\vartheta_o) \cdot ac}, \quad (6.5)$$

- Топлотни капацитет једног делића ребра за хлађење ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$C_i^T = \rho_r c_{p,r} a b L/n \quad (6.6)$$

- Топлотна отпорност провођењу кроз један делић ребра

$$R_{\lambda}^T = \frac{1 L/n}{\lambda_r ab}, \quad (6.7)$$

- Топлотна отпорност одвођењу топлоте струјањем са омотача једног делића ребра за хлађење ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$R_{str,i}^T = \frac{1}{\alpha(\vartheta_i) \cdot \frac{2(a+b)L'}{n}}, \quad (6.8)$$

- Топлотна отпорност одвођењу топлоте струјањем са базиса ребра који се хлади

$$R_{str,hb}^T = \frac{1}{\alpha(\vartheta_{hb}) \cdot ab}. \quad (6.9)$$

Систем диференцијалних једначина написан за сваки чвор топлотне шеме са слике 6.3.:

$$\frac{d\vartheta_k}{dt} = \frac{1}{C_k^T} \left(P_k - \frac{\vartheta_k - \vartheta_o}{R_k^T} \right), \quad (6.10)$$

$$\frac{d\vartheta_o}{dt} = \frac{1}{C_o^T} \left(\frac{\vartheta_k - \vartheta_o}{R_k^T} - \frac{\vartheta_o - \vartheta_1}{R_{\lambda}^T/2} - \frac{\vartheta_o - \vartheta_{vaz}}{R_{str,o}^T} \right), \quad (6.11)$$

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{1}{C_1^T} \left(\frac{\vartheta_o - \vartheta_1}{R_{\lambda}^T/2} - \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{R_{\lambda}^T} - \frac{\vartheta_1 - \vartheta_{vaz}}{R_{str,1}^T} \right), \quad (6.12)$$

$$\frac{d\vartheta_2}{dt} = \frac{1}{C_2^T} \left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{R_{\lambda}^T} - \frac{\vartheta_2 - \vartheta_3}{R_{\lambda}^T} - \frac{\vartheta_2 - \vartheta_{vaz}}{R_{str,2}^T} \right), \quad (6.13)$$

$$\frac{d\vartheta_3}{dt} = \frac{1}{C_3^T} \left(\frac{\vartheta_2 - \vartheta_3}{R_\lambda^T} - \frac{\vartheta_3 - \vartheta_4}{R_\lambda^T} - \frac{\vartheta_3 - \vartheta_{vaz}}{R_{str,3}^T} \right), \quad (6.14)$$

$$\frac{d\vartheta_4}{dt} = \frac{1}{C_4^T} \left(\frac{\vartheta_3 - \vartheta_4}{R_\lambda^T} - \frac{\vartheta_4 - \vartheta_{vaz}}{R_\lambda^T/2 + R_{str,hb}^T} - \frac{\vartheta_4 - \vartheta_{vaz}}{R_{str,4}^T} \right). \quad (6.15)$$

Решавањем система диференцијалних једначина (6.10) – (6.15) добија се тражена временска промена температура. Ово је погодно урадити у неком од симулационих рачунарских програма. У оквиру једне лабораторијске вежбе студенти ће имати задатак да ово реализују у *Simulink*-у. Потребно је сваки од делова топлотне шеме између црвених испрекиданих линија представити једним подсистемом у *Simulink*-у (као што је објашњено на предавањима, слике 6.1 – 6.4), повезати подсистеме у једну целину и одговарајуће излазе приказати на дијаграмима.