



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ  
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици (13Е014ТПЕ)

Испит траје максимално 180 минута

01. 02. 2024.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

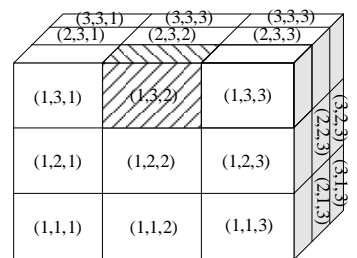
1. Један трансформатор са ODAF хлађењем се хлади компактним хладњаком. Може се сматрати да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља:  $\vartheta_{\text{тин}} = 85^\circ\text{C}$  и  $\vartheta_{\text{хун}} = 78,9^\circ\text{C}$ , температуре хладног и топлог ваздуха:  $\vartheta_{\text{хун}} = 40^\circ\text{C}$  и  $\vartheta_{\text{тин}} = 60,8^\circ\text{C}$ . Одредити номиналну снагу хладњака, изражену као умножак номиналних губитака у трансформатору, која ће обезбеди довољно ниску температуру уља тако да порасте температура при номиналном оптерећењу трансформатора при температури амбијента  $20^\circ\text{C}$ , не пређу дозвољене вредности: најтоплије тачке  $\theta_{\text{нс}} = 78\text{ K}$  и горњег уља  $\theta_{\text{гу}} = 55\text{ K}$ . Познате су вредности разлике средње температуре намотаја и средње температуре уља ( $g_n = 17\text{ K}$ ) и фактора најтоплије тачке ( $H = 1,3$ ). Сматрати да је коефицијент преласка топлоте хладњака једнак ономе који се има при номиналним условима рада хладњака. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (2,5п)

2. Вода у бојлеру запремине 80 литара са грејачем снаге 2 kW се загреје са  $20^\circ\text{C}$  на  $75^\circ\text{C}$ , после чега се грејач искључи и остаје трајно искључен. Колико дуго је могуће „пријатно туширање“, које настаје одмах по искључењу грејача, протоком воде 5 литара у минуто и температуре  $40^\circ\text{C}$  уколико је температура воде из водовода а)  $15^\circ\text{C}$  и б)  $8^\circ\text{C}$ ? Снага преноса топлоте од воде ка амбијенту се током туширања може занемарити. Густина воде износи  $\rho_v = 1000\text{ kg/m}^3$ , специфични топлотни капацитет воде  $c_{pv} = 4200\text{ J/(kgK)}$ , специфични топлотни капацитет металног казана  $c_{pk} = 474\text{ J/(kg K)}$ , а његова тежина  $c_{pk} = 20\text{ kg}$ . Топлотни капацитет изолације се може занемарити. (2,5п)

3. За које вредности фактора оптерећења (факторе испуне) се у Техничким препорукама Електродистрибуције дају табличне вредности дозвољене вредности струје за различите попречне пресеке каблова? На који начин се коригују ове вредности у случају да је оптерећење кабла константно у времену? (2п)

4. Посматра се проводника од бакра површине попречног пресека  $95\text{ mm}^2$  и максималне дозвољене температуре изолације  $180^\circ\text{C}$ . Кратак спој на проводнику настаје при номиналном оптерећењу (температура  $100^\circ\text{C}$ ). Познате су карактеристике бакра:  $c_{Cu} = 385\text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$ ,  $\rho_{Cu} = 8933\text{ kg/m}^3$ , специфична електрична проводност на  $20^\circ\text{C}$   $\sigma_{20\text{ Cu}} = 56 \cdot 10^6\text{ S/m}$  и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром  $\alpha_{Cu20} = 4,29 \cdot 10^{-3}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Одредити температуру изолације проводника која се достиже у тренутку искључења кратког споја у случају: а) да је заштита реаговала након 1s при струји од  $I_{ks1} = 9600\text{ A}$ ; б) да је заштита реаговала након 1,2s при струји од  $I_{ks2} = 7600\text{ A}$ . При прорачуну сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски. При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја током кратког споја има константну вредност. (2п)

5. Једна коцка странице  $L$  (слика), направљена од хомогеног материјала познатих топлотних карактеристика, загрева се равномерно по запремини познатом запреминском густином снаге ( $q_v$ ). Коефицијенти преласка топлоте струјањем са горње површи ( $\alpha_g$ ), доње површи ( $\alpha_d$ ) и остале четири вертикалне површи ( $\alpha_z$ ) на околни флуид температуре  $\vartheta_f$  су познати. Запремина је подељена на  $3^3$  једнаких делова. Написати једначину по имплицитној методи коначних елемената за шрафирани део коцке (на координати (1,3,2)). Једначину написати за нестационарни топлотни процес. Усвојити да тачке које репрезентују малу коцку буду у њеном центру, због чега је потребно уважити и пренос топлоте провођењем између ове тачке и површи. Занемарити снагу преноса топлоте зрачењем. Једначину није потребно сређивати у смислу увођења Fourier-овог и Biot-овог број. (2п)



## 1. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_{p,n} S (\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})}{\ln \left( \frac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}} \right)} \quad (1.1)$$

Применом израза (1.1) на номиналне податке хладњака се добија:

$$\Delta\vartheta_{izl,n} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 18,1^\circ\text{C} \quad (1.2)$$

$$\Delta\vartheta_{ul,n} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 45^\circ\text{C} \quad (3.3)$$

Заменом ових вредности у израз (1.1), добија се да је:

$$K_{p,n} S = \frac{P_{hn} \cdot \ln \left( \frac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}} \right)}{(\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})} = 0,03386 \cdot P_{hn} \quad (1.4)$$

За уље и воду можемо написати следећа два израза:

$$P_{hn} = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \quad (1.5)$$

$$P_{hn} = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \quad (1.6)$$

Одавде добијамо:

$$\rho_u Q_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}} = 0,16393 \cdot P_{hn} \quad (1.7)$$

$$\rho_v Q_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}} = 0,04808 \cdot P_{hn} \quad (3.8)$$

При температури амбијенталног ваздуха од  $20^\circ\text{C}$  и номиналном оптерећењу трансформатора расхладна снага хладњака једнака је номиналној снази губитака у трансформатору  $P_h = P_{gub}$ . Сада, за ову снагу хлађења могу се написати изрази аналогни изразима (1.1), (1.5) и (1.6):

$$P_h = \frac{K_p S (\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln \left( \frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}} \right)} \quad (1.9)$$

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \quad (1.10)$$

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \quad (1.11)$$

где је  $K_p S = K_{p,n} S = 0,03386 \cdot P_{hn}$ . Температура хладног ваздуха једнака је амбијенталној ( $\vartheta_{hv} = 20^\circ\text{C}$ ), па се на основу израза (1.11) добија да је:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_{gub}}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = \frac{P_{gub}}{0,04808 \cdot P_{hn}} + 20^\circ\text{C} = \frac{20,8^\circ\text{C}}{x} + 20^\circ\text{C} \quad (1.12)$$

где је  $x$  тражени умножак снаге номиналних губитака ( $P_{hn} = x \cdot P_{gub}$ ).

Температуру горњег уља трансформатора тј. температура уља на уласку у хладњак могуће је одредити на основу услова да пораст температуре најтоплије тачке не сме прећи  $\theta_{hs} = 78\text{ K}$  и горњег уља  $\theta_{gu} = 55\text{ K}$ :

$$\vartheta_{tu} = \min(\theta_{hs} - g_n \cdot H, \theta_{gu}) + 20^\circ\text{C} = 75^\circ\text{C} \quad (1.13)$$

Из једначине (1.10) се добија:

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_{gub}}{\rho_u Q_u c_{pu}} = 75^\circ\text{C} - \frac{P_{gub}}{0,16393 \cdot P_{hn}} = 75^\circ\text{C} - \frac{6,1^\circ\text{C}}{x} \quad (1.14)$$

Заменом израза (1.12) и (1.14) у (1.9) добија се:

$$\ln \left( \frac{75^\circ\text{C} - \frac{6,1^\circ\text{C}}{x} - \frac{20,8^\circ\text{C}}{x} - 20^\circ\text{C}}{75 - 20} \right) = \frac{0,03386 \cdot P_{hn}}{P_{gub}} (75^\circ\text{C} - \frac{6,1^\circ\text{C}}{x} - \frac{20,8^\circ\text{C}}{x} - 20^\circ\text{C} - 75^\circ\text{C} + 20^\circ\text{C}) \quad (1.15)$$

$$\ln \left( \frac{55^\circ\text{C} - \frac{26,9^\circ\text{C}}{x}}{55^\circ\text{C}} \right) = 0,03386 \cdot x \cdot \left( -\frac{26,9^\circ\text{C}}{x} \right) \quad (1.16)$$

$$\ln \left( 1 - \frac{26,9}{55 \cdot x} \right) = -0,91083 \quad (1.17)$$

$$1 - \frac{26,9}{55 \cdot x} = e^{-0,91083} \quad (1.18)$$

$$x = \frac{26,9}{55 \cdot (1 - e^{-0,91083})} = 0,818 \quad (1.19)$$

Дакле, потребно је да номинална снага хладњака буде 18.2% мања од номиналне снаге губитака у трансформатору.

## 2. Задатак

Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C_{kazana}^T + C_{vode}^T = m_k \cdot c_{pk} + \rho_v \cdot V \cdot c_{pv} = 345,48\text{ kJ/K} \quad (2.1)$$

Топлотна енергија акумулирана у бојлеру и расположива за туширање, које се, по услову задатка, заврши кад температура не може да буде већа од 40°C, је

$$E_b = C^T (\vartheta_{poc} - \vartheta_{kr}) \quad (2.2)$$

где је  $\vartheta_{poc} = 75^\circ\text{C}$  и  $\vartheta_{kr} = \vartheta_{potrš} = 40^\circ\text{C}$ .

Енергија која се троши током туширања је

$$E_{tuš} = \int_{t=0}^{t_{tuš}} \rho_v c_{pv} Q_v (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}) dt = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}) \int_{t=0}^{t_{tuš}} dt = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}) t_{tuš} \quad (2.3)$$

Максимално је за туширање могуће искористити енергију одређену изразом (2.2), па важи

$$C^T (\vartheta_{poc} - \vartheta_{potrš}) = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}) t_{tuš} \quad (2.4)$$

Време „пријатног“ туширања једнако је

$$t_{tuš} = \frac{C^T (\vartheta_{poc} - \vartheta_{potrš})}{\rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod})} \quad (2.5)$$

Заменом бројних вредности добија се а)  $t_{tuš} = 23 \text{ min}$  и б)  $t_{tuš} = 18 \text{ min}$ .

### 3. Задатак

Материјали са предавања „Часови 25 до 27“, страна 2.

### 4. Задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности тј. стварно загревање проводника у току кратког споја је мало мање од тако израчунатог.

Снага којом се топлотна енергија акумулира у баку једнака је снази којом се топлота генерише услед Џулових губитака.

$$P_{gen} = P_{akum} \quad (4.1)$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}} (1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_{Cu} - 20^\circ\text{C})) \frac{I_{ks}^2}{S_{Cu}} \quad (4.2)$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum} = C_{Cu}^T \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} \quad (4.3)$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C_{Cu}^T = \rho_{Cu} S_{Cu} c_{pCu} = 326,724 \frac{J}{mK} \quad (4.4)$$

Из претходник израза се добија диференцијална једначина која описује промену температуре бакарног проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (унутрашња површ изолације, уз сам проводник).

$$C_{Cu}^T \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}} (1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_{Cu} - 20^\circ\text{C})) \frac{I_{ks}^2}{S_{Cu}} \quad (4.5)$$

$$\frac{d\vartheta_{Cu}}{(1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_{Cu} - 20^\circ\text{C}))} = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{ks}^2 dt \quad (4.6)$$

Решавањем диференцијалне једначине добија се температура проводника у тренутку прекида струје кратког споја ( $\vartheta_p$ ):

$$\int_{\vartheta_{Cu}=100^\circ\text{C}}^{\vartheta_p} \frac{d\vartheta_{Cu}}{(1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_{Cu} - 20))} = \int_{t=0}^{t_{ks}} \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{ks}^2 dt = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{ks}^2 t_{ks} \quad (4.7)$$

$$\frac{1}{\alpha_{Cu20}} \ln \frac{1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_p - 20^\circ\text{C})}{1 + \alpha_{Cu20} (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})} = \frac{I_{ks}^2 t_{ks}}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} \quad (4.8)$$

$$\ln \frac{1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_p - 20^\circ\text{C})}{1 + \alpha_{Cu20} (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})} = \frac{\alpha_{Cu20} I_{ks}^2 t_{ks}}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} \quad (4.9)$$

$$\frac{1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_p - 20^\circ\text{C})}{1 + \alpha_{Cu20} (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})} = e^{\frac{\alpha_{Cu20} I_{ks}^2 t_{ks}}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}}} \quad (4.10)$$

$$1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_p - 20^\circ\text{C}) = (1 + \alpha_{Cu20} \cdot 80^\circ\text{C}) e^{\frac{\alpha_{Cu20} I_{ks}^2 t_{ks}}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}}} \quad (4.11)$$

$$\vartheta_p = 20^\circ\text{C} + \frac{(1 + \alpha_{Cu20} \cdot 80^\circ\text{C}) e^{\frac{\alpha_{Cu20} I_{ks}^2 t_{ks}}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}}} - 1}{\alpha_{Cu20}} \quad (4.12)$$

Заменом бројних вредности добијају се тражене температуре проводника:

$$\vartheta_{p1} = 179,97^\circ\text{C} \quad (4.13)$$

$$\vartheta_{p2} = 158,42^\circ\text{C} \quad (4.14)$$

### 5. Задатак

Биланс снаге за посматрану коцку странице L/3 гласи:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (5.1)$$

где су:

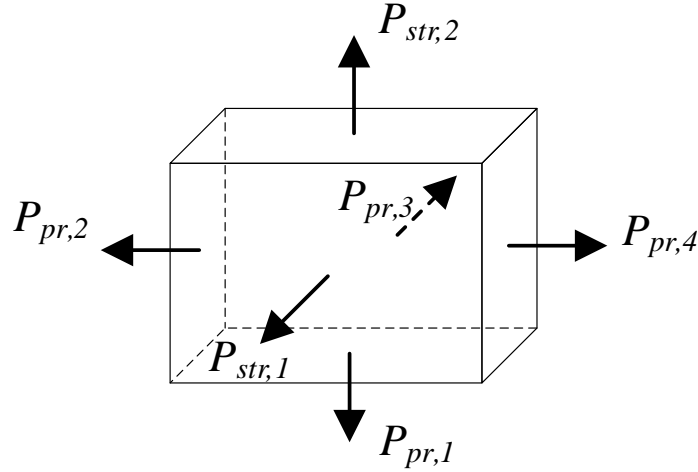
- $P_{gen}$  - укупна снага којом се енергија генерише у посматраној коцки,
- $P_{akum}$  - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраној коцки и
- $P_{prenosa}$  - снага којом се енергија размењује са суседним коцкама и амбијентом.

По запремини коцке енергија се генерише запреминском густином снаге  $q_v$ , па је укупна снага генерисана у посматраној коцки:

$$P_{gen} = q_v V = q_v \frac{L^3}{27} \quad (5.2)$$

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у текућем ( $p$ ) тренутку у односу на претходни ( $p - 1$ ):

$$P_{akum} = \rho c_p \frac{L^3}{27} \frac{d\vartheta}{dt} = \rho c_p \frac{L^3}{27} \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_{1,3,2}^{p-1}}{\Delta t} \quad (5.3)$$



Слика 5.1

Топлотна енергија се са посматране коцке преноси провођењем ка суседним коцкама ( $P_{prov}$ ) и провођењем и струјањем ( $P_{str}$ ) ка околини:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \quad (5.4)$$

За посматрану коцку, снага преноса топлоте провођењем састоји се од четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка коцкама испод (њена температура износи  $\vartheta_{1,2,2}$ ), лево ( $\vartheta_{1,3,1}$ ), иза ( $\vartheta_{2,3,2}$ ) и десно ( $\vartheta_{1,3,3}$ ) од посматране коцке.

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^4 P_{pr,k} \quad (5.5)$$

$$P_{pr,1} = \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_{1,2,2}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{L}{3}} = \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_{1,2,2}^p}{\frac{3}{\lambda L}} \quad (5.6)$$

$$P_{pr,2} = \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_{1,3,1}^p}{\frac{3}{\lambda L}} \quad (5.7)$$

$$P_{pr,3} = \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_{2,3,2}^p}{\frac{3}{\lambda L}} \quad (5.7)$$

$$P_{pr,4} = \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_{1,3,3}^p}{\frac{3}{\lambda L}} \quad (5.8)$$

Снага преноса топлоте ка околини се састоји од два члана који обухватају снаге преноса топлоте на предњој и горњој страни посматране коцке. При одређивању ове снаге потребно је уважити и топлотни отпор провиђењу кроз половину посматране коцке (од центра до посматране површи).

$$P_{str} = \sum_{k=1}^2 P_{str,k} \quad (5.9)$$

$$P_{str,1} = \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{L}{6} + \frac{1}{\alpha_z} \frac{1}{L}} = \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_z} \frac{9}{L^2}} \quad (5.10)$$

$$P_{str,2} = \frac{\vartheta_{1,3,2}^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_g} \frac{9}{L^2}} \quad (5.11)$$