



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Први колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици (13Е014ТПЕ)

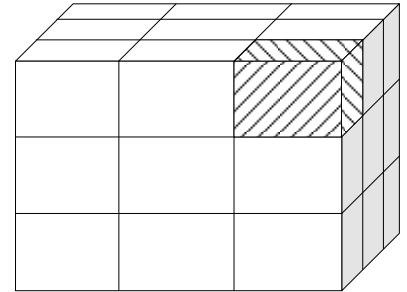
Испит траје максимално 120 минута

Укупан број поена износи 11

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

09. 12. 2023.

1. Једна коцка стране L (слика), направљена од хомогеног материјала познатих топлотних карактеристика, загрева се равномерно по запремини познатом запреминском густином снаге (q_v). Коефицијенти преласка топлоте струјањем са горње површи (α_g), доње површи (α_d) и остале четири вертикалне површи (α_z) на околни флуид температуре ϑ_f су познати. Запремина је подељена на 3^3 једнаких делова. Написати једначину по експлицитној методи коначних елемената за део коцке који је са три стране у додиру са ваздухом (шрафирана коцка на слици). Једначину написати за нестационарни топлотни процес. Усвојити да тачке које репрезентују малу коцку буду у њеном центру, због чега је потребно уважити и пренос топлоте провођењем између ове тачке и површи. Занемарити снагу преноса топлоте зрачењем. Једначину није потребно сређивати у смислу увођења Fourier-овог и Biot-овог број. (2,5п)



2. Вода у бојлеру запремине 80 литара са грејачем снаге 2 kW се загреје са 20°C на 75°C , после чега се грејач искључи и остаје трајно искључен. Колико дуго је могуће „пријатно туширање“, које настаје одмах по искључењу грејача, протоком воде 5 литара у минути и температуре 40°C уколико је температура воде из водовода а) 15°C и б) 8°C ? Снага преноса топлоте од воде ка амбијенту се током туширања може занемарити. Густина воде износи $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, специфични топлотни капацитет воде $c_{pv} = 4200 \text{ J/(kgK)}$, специфични топлотни капацитет металног казана $c_{pk} = 474 \text{ J/(kg K)}$, а његова тежина $c_{pk} = 20 \text{ kg}$. Топлотни капацитет изолације се може занемарити. (3п)

3. За колико процената се смањи енергија размене топлоте зрачењем између два бесконачно велика равна зида температура $\vartheta_1 = 500^\circ\text{C}$ (коефицијент сивоће $\varepsilon_1 = 0,8$) и $\vartheta_2 = 20^\circ\text{C}$ (коефицијент сивоће $\varepsilon_2 = 0,6$), ако се између њих постави раван зид занемарљиво мале дебљине и коефицијента сивоће $\varepsilon_3 = 0,2$. (2,5п)

4. Једножилни кабл пресека бабра (специфична електрична проводност на 70°C $\sigma_{70,Cu} = 4,61 \cdot 10^7 \text{ S/m}$, а на 90°C $\sigma_{90,Cu} = 4,31 \cdot 10^7 \text{ S/m}$) $S_{Cu} = 95 \text{ mm}^2$, са изолацијом дебљине изолације $d_{iz} = 1 \text{ mm}$ положена је у тло специфичне топлотне отпорности $\rho_z = 2,5 \text{ (mK)/W}$. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{PVC\ doz} = 70^\circ\text{C}$, умреженог полиетилена (XLPE) $\vartheta_{XLPE\ doz} = 90^\circ\text{C}$ а температура земље удаљене од кабла $\vartheta_z = 10^\circ\text{C}$. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл за случај да је изолација израђена од а) PVC-а топлотне специфичне проводности $\lambda_{PVC} = 0,16 \text{ W/(mK)}$ и б) XLPE-а топлотне специфичне проводности $\lambda_{XLPE} = 0,28 \text{ W/(mK)}$. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтно тло", на коме је температура једнака ϑ_z , може узети цилиндар пречника $D_{ref} = 1000 \text{ mm}$. (3п)

1. Задатак

Биланс снаге за посматрану коцку странице $L/3$ гласи:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (1.1)$$

где су:

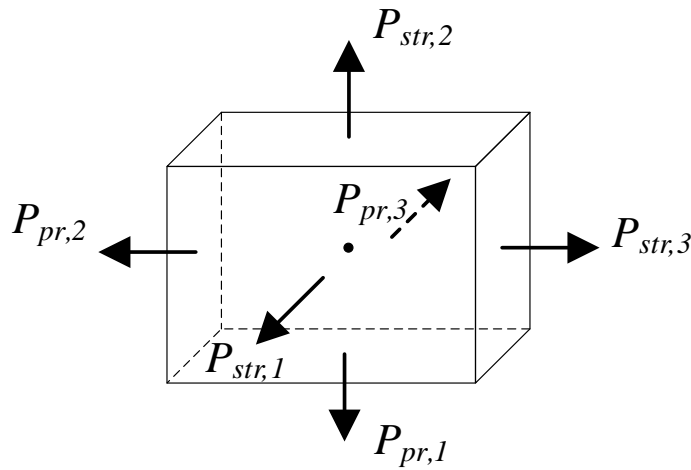
- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраној коцки,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраној коцки и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са суседним коцкама и амбијентом.

По запремини коцке енергија се генерише запреминском густином снаге q_v , па је укупна снага генерисана у посматраној коцки:

$$P_{gen} = q_v V = q_v \frac{L^3}{27} \quad (1.2)$$

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном $(p + 1)$ тренутку у односу на тренутни (p) :

$$P_{akum} = \rho c_p \frac{L^3}{27} \frac{d\vartheta}{dt} = \rho c_p \frac{L^3}{27} \frac{\vartheta^{p+1} - \vartheta^p}{\Delta t} \quad (1.3)$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са посматране коцке преноси се провођењем ка суседним коцкама (P_{prov}) и путем провођења и струјања (P_{str}) ка околини:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \quad (1.4)$$

За посматрану коцку, снага преноса топлоте провођењем се састоји од три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка коцкама испод (њена температура износи ϑ_1), лево (ϑ_2) и иза (ϑ_3) посматране коцке.

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^3 P_{pr,k} \quad (1.5)$$

$$P_{pr,1} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_1^p}{\frac{1}{3} \frac{L/3}{\lambda L/3}} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_1^p}{\frac{3}{\lambda L}} \quad (1.6)$$

$$P_{pr,2} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_2^p}{\frac{3}{\lambda L}} \quad (1.7)$$

$$P_{pr,3} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_3^p}{\frac{3}{\lambda L}} \quad (1.7)$$

Снага преноса топлоте ка околини се такође састоји од три члана који обухватају снаге преноса топлоте на предњој, горњој и десној страни посматране коцке. При одређивању ове снаге потребно је уважити и топлотни отпор провиђењу кроз половину посматране коцке (од центра до посматране површи).

$$P_{str} = \sum_{k=1}^3 P_{str,k} \quad (1.8)$$

$$P_{str,1} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{L}{6} + \frac{1}{\alpha_z} \frac{1}{3}} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_z L^2}} \quad (1.9)$$

$$P_{str,2} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_g L^2}} \quad (1.10)$$

$$P_{str,3} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_z L^2}} \quad (1.11)$$

2. Задатак

Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C_{kazana}^T + C_{vode}^T = m_k \cdot c_{pk} + \rho_v \cdot V \cdot c_{pv} = 345,48 \text{ kJ/K} \quad (2.1)$$

Топлотна енергија акумулирана у бојлеру и расположива за туширање, које се, по услову задатка, заврши кад температура не може да буде већа од 40°C, је

$$E_b = C^T (\vartheta_{poc} - \vartheta_{kr}) \quad (2.2)$$

где је $\vartheta_{poc} = 75^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{kr} = \vartheta_{potrš} = 40^\circ\text{C}$.

Енергија која се троши током туширања је

$$E_{tuš} = \int_{t=0}^{t_{tuš}} \rho_v c_{pv} Q_v (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}) dt = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}) \int_{t=0}^{t_{tuš}} dt = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}) t_{tuš} \quad (2.3)$$

Максимално је за туширање могуће искористити енергију одређену изразом (2.2), па важи

$$C^T (\vartheta_{poc} - \vartheta_{potrš}) = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}) t_{tuš} \quad (2.4)$$

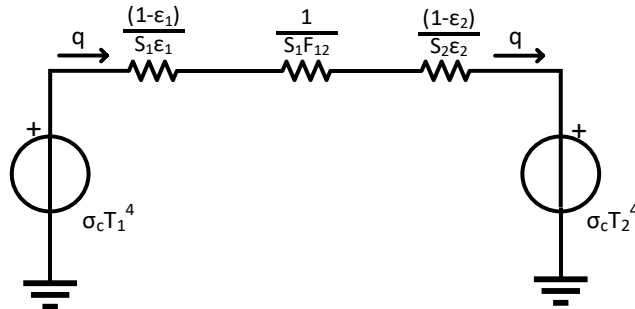
Време „пријатног“ туширања једнако је

$$t_{tuš} = \frac{C^T (\vartheta_{poc} - \vartheta_{potrš})}{\rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod})} \quad (2.5)$$

Заменом бројних вредности добија се а) $t_{tuš} = 23 \text{ min}$ и б) $t_{tuš} = 18 \text{ min}$.

3. Задатак

За случај две паралелне велике површи на температурама ϑ_1 и ϑ_2 могуће је формирати радијациону шему са два чвора.

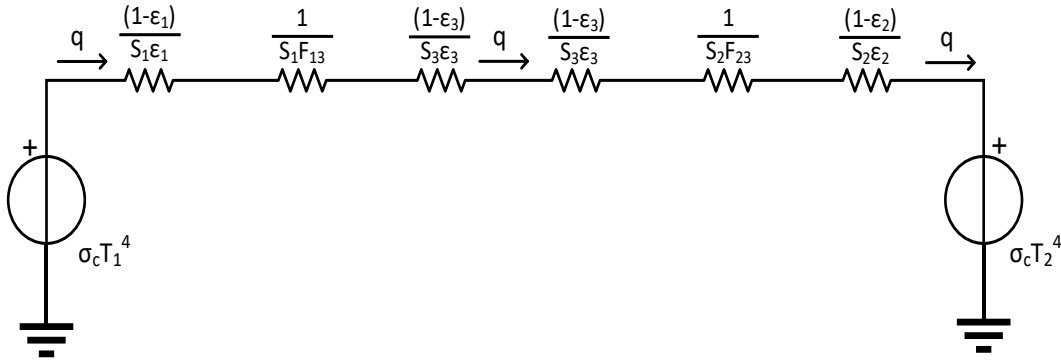


Слика 3.1

На основу приказане радијационе шеме се лако долази до израза за снагу којом се енергија размењује између две велике паралелне површи, при чему се претпоставља да су им површине једнаке (S) и да је фактор виђења између њих 1.

$$q_a = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{12} S_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{12}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (3.1)$$

У случају постојања екрана (површ 3) између две велике паралелне површи могуће је формирати једну радијациону шему приказану на слици 3.2. У екрану нема ни извора ни понора енергије, односно енергија која долази од површи 1 ка површи 3 одлази од површи 3 ка површи 2 (претпоставка да је површ 1 топлија од површи 2).



Слика 3.2

Сада се лако може написати израз за снагу размене енергије зрачењем између две велике паралелне површи:

$$q_b = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{13} S_1} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3} + \frac{1}{F_{23} S_2} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{13}} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 + \frac{1}{F_{23}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (3.2)$$

$$q_b = \frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)} \quad (3.3)$$

Дакле, важи:

$$\frac{q_b}{q_a} = \frac{\frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)}}{\frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}} = \frac{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)} = 0,1756 \quad (3.4)$$

односно, енергија која се размењује зрачењем се смањи за 82,44%.

4. Задатак

Укупна топлотна отпорност је:

$$R_l^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_i} \cdot \ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_z} \cdot \ln\left(\frac{D_{ref}}{D_s}\right) \quad (4.1)$$

Пречници проводника и проводника са изолацијом једнаки су:

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10,998 \text{ mm} \approx 11 \text{ mm} \quad (4.2)$$

$$D_s = D_u + 2\delta_{iz} = 11 \text{ mm} + 2 \text{ mm} = 13 \text{ mm} \quad (4.3)$$

Па је топлотна отпорност:

- Изолација од PVC-а:

$$R_l^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,16 \frac{W}{m \cdot K}} \cdot \ln\left(\frac{13 \text{ mm}}{11 \text{ mm}}\right) + \frac{2,5 \frac{m \cdot K}{W}}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{1000 \text{ mm}}{13 \text{ mm}}\right) = 1,89 \frac{Km}{W} \quad (4.4)$$

- Изолација од XLPE-а:

$$R_l^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,28 \frac{W}{m \cdot K}} \cdot \ln\left(\frac{13 \text{ mm}}{11 \text{ mm}}\right) + \frac{2,5 \frac{m \cdot K}{W}}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{1000 \text{ mm}}{13 \text{ mm}}\right) = 1,82 \frac{Km}{W} \quad (4.5)$$

Електрична отпорност проводника једнака је:

$$R_{Cu,70^{\circ}\text{C}} = \frac{1}{\sigma_{70,Cu} \cdot S} = \frac{1}{46,1 \cdot 95} = 2,28 \cdot 10^{-4} \Omega m \quad (4.6)$$

$$R_{Cu,90^{\circ}\text{C}} = \frac{1}{\sigma_{90,Cu} \cdot S} = \frac{1}{43,1 \cdot 95} = 2,44 \cdot 10^{-4} \Omega m \quad (4.7)$$

Једначина енергетског биланса гласи:

$$R_{Cu} I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_l^T} \quad (4.7)$$

Одавде добијамо израз за дозвољену струју:

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_{Cu} R_l^T}} \quad (4.8)$$

- Изолација од PVC-а:

$$I = \sqrt{\frac{70 - 10}{2,28 \cdot 10^{-4} \Omega m \cdot 1,89 \frac{K}{W}}} = 372,9 A \quad (4.9)$$

- Изолација од XLPE-а:

$$I = \sqrt{\frac{90 - 10}{2,44 \cdot 10^{-4} \Omega m \cdot 1,82 \frac{K}{W}}} = 423,9 A \quad (4.10)$$