ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Други колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици (13Е014ТПЕ)

Максимално трајање 120 минута 28. 12. 2023.
Укупан број поена износи 11
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Једна полупроводничка компонента за коју је дозвољена температура места на коме се генеришу губици $\vartheta_{PP\,doz}$ = 150°C и топлотни отпор између места генерисања топлоте и кућишта ослоњеног на хладњак $R_{th,\,pp}$ = 0,4 K/W се хлади помоћу хладњака са 10 ребара, дужине сваког ребра L = 100 mm и попречног пресека облика правоугаоника a x b = 50 mm x 10 mm. Коефицијент преласка топлоте са површи ребра на ваздух износи α = 8 W/m^{2}K. Топлотна проводност материјала од кога је сачињено ребро износи λ = 237 W/mK. Између тела које се хлади и ребра постоји контактна отпорност $R_{th,c}$ = 0,1 K/W. Одредити максималну снагу губитака при којој, за температуру амбијента од ϑ_a = 25°C, ће температура полупроводника бити испод дозвољене. При постављању граничног услова на базису ребра који се хлади сматрати да је снага која се преноси са ваздуха једнака нули. Сматрати да је снага одвођења топлоте са основе хладњака, као и површина између ребара занемарљиво мала. Колико би износила температура на месту генерисања губитака у случају ϑ_a = 45°C, и α = 30 W/m^{2}K, остварено помоћу вентилатора? (3п)

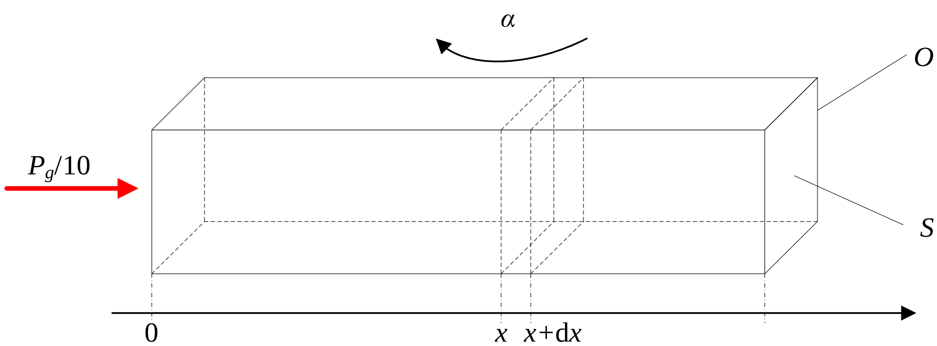
2. Један трансформатор са ODAF хлађењем се хлади помоћу 4 компактна хладњака чија је укупна номинална снага хлађења 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Познато је да су номинални губици услед струје оптерећења R = 5 пута већи од номиналних губитака у магнетном колу. Сматра се да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun} = 85°C и ϑ_{hun} = 78,9°C, температуре хладног и топлог ваздуха: ϑ_{hvn} = 40°C и ϑ_{tvn} = 60,8°C, номинална снага P_{hn} = 220kW. Колико ће износити релативно оптерећење при коме се достиже номинална температура најтоплије тачке (98°C) ако је температура амбијента 20°C, а коефицијент проласка топлоте услед тренутне запрљаности хладњака мањи за 20% од вредности при потпуно чистом хладњаку. Познате су вредности разлике средње температуре намотаја и средње температуре уља (g_n = 17 K) и фактора најтоплије тачке (H = 1,3). Усвојити следеће апроксимације: однос разлике средње температуре намотаја и средње температуре уља и његове номиналне вредности (g/g_n) је сразмеран квадрату релативног оптерећења, протоци уља и ваздуха једнаки као за номиналне услове, параметри уља и ваздуха су исти као за номиналне услове. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру.(3п)

3. Објаснити принцип континуалног мерења средње температуре намотаја (спреге Y) напонске стране трансформатора која је током огледа загревања кратко спојена. Нацртати и шему филтера који се користе при мерењу једносмерне мерне струје и напона. (2,5п)

4. Једножилни кабл пресека бакра S_{Cu} = 95 mm^2 (c_{Cu} = 385 J/(kg°C), ρ_{Cu} = 8933 kg/m^3) са PVC изолацијом дебљине изолације δ_{iz} = 1 mm (λ_{PVC} = 0,16 W/(m K)) положен је у тло специфичне топлотне отпорности ρ_z=2,5 (m K)/W. Занемарити топлотни капацитет тла. При израчунавању укупног топлотног отпора сматрати да се за "удаљену референтну површ ", на којој је температура једнака ϑ_z=20°C, може узети цилиндар ваљка пречника D_{ref}=1000 mm. Одредити временску константу промене температуре бакра током прелазног процеса који настаје услед промене струје кроз кабл. Промена струје је таква да се може занемарити промена електричне проводности бакра услед промене температуре. (2,5п)

1. Задатак

Хладњак се састоји од 10 једнаких ребара, а пошто је снага одвођења топлоте струјањем са основе хладњака и са површина између ребара занемарљиво мала, комплетна снага губитака одводи се са површине ребара. Свако од десет ребара (једно од њих приказано је на слици 1.1) одводи по $P_g/10$. Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине dx, на растојању x од тела на које је ребро ослоњено (слика 1.1) гласи:



Слика 1.1

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \tag{1.1}$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а d$q_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx. Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \tag{1.2}$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x, једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \tag{1.3}$$

Израз (1.3) важи за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.4}$$

Уврштавањем у једначину (1.1) израза за диференцијал функције (1.3) и снаге преноса топлоте струјањем (1.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.5}$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.6}$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a \tag{1.7}$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \tag{1.8}$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалне једначине се одређују на основу граничних услова за базисе на почетку и крају ребра за хлађење.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра на координати x = 0:

$$-\lambda \cdot S \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} = \frac{P_g}{10} \tag{1.9}$$

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L$), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_a. По услову задатка, он гласи:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=L} = 0 \tag{1.10}$$

На основу израза (1.7), (1.9) и (1.10) може се написати:

$$-\lambda \cdot S \cdot (C_1 m - C_2 m) = \frac{P_g}{10} \tag{1.11}$$

$$C_1 m e^{mL} - C_2 m e^{-mL} = 0 \tag{1.12}$$

Из једначине (1.12) добија се

$$C_2 = C_1 e^{2mL} \tag{1.13}$$

Заменом (1.13) у (1.11) добија се

$$-\lambda \cdot S \cdot m \cdot (C_1 - C_1 e^{2mL}) = \frac{P_g}{10} \tag{1.14}$$

$$C_1 = \frac{P_g}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} \tag{1.15}$$

$$C_2 = \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} \tag{1.16}$$

Израз који описује расподелу температуре дуж ребра у устаљеном стању:

$$\vartheta(x) = \frac{P_g}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} e^{mx} + \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} e^{-mx} + \vartheta_a \tag{1.16}$$

Температура базиса ребра на координати $x = 0$ је због усвојене претпоставке са почетка задатка једнака температури основе хладњака:

$$\vartheta_o = \vartheta(x = 0) = \frac{P_g}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a = \frac{P_g(e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a \tag{1.17}$$

Температура на месту генерисања топлоте у полупроводничкој компоненти једнака је:

$$\vartheta_p = \vartheta_o + P_g R_{th,c} + P_g R_{th,pp} = \frac{P_g(e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a + P_g\left(R_{th,pp} + R_{th,c}\right) \tag{1.18}$$

Из услова задатка да ова температура треба да буде мања од $\vartheta_{PP\ doz} = 150$°C, долази се до неједнакости

$$\frac{P_g(e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a + P_g\left(R_{th,pp} + R_{th,c}\right) \le \vartheta_{PP\ doz} \tag{1.19}$$

а одатле

$$P_g \le \frac{\left(\vartheta_{PP\ doz} - \vartheta_a - P_g\left(R_{th,pp} + R_{th,c}\right)\right) 10\lambda S m(e^{2mL} - 1)}{e^{2mL} + 1} = 79{,}6W \tag{1.19}$$

Температура на месту генерисања у случају повећане температуре амбијента ($\vartheta_a = 45$°C) и побољшаног хлађења ($\alpha = 30$ W/m^{2}K) добија се решавањем једнакости (1.18), полазећи од познате вредности снаге $P_g = 79{,}6$ W, и износи $\vartheta_{PP} = 109{,}1$°C

2. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_{p,n} S(\vartheta_{tizl,n} - \vartheta_{hizl,n} - \vartheta_{tul,n} + \vartheta_{hul,n})}{\ln\left(\dfrac{\vartheta_{tizl,n} - \vartheta_{hizl,n}}{\vartheta_{tul,n} - \vartheta_{hul,n}}\right)} = \frac{K_{p,n} S(\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})}{\ln\left(\dfrac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}}\right)} \tag{2.1}$$

Применом израза (2.1) на номиналне податке хладњака се добија:

$$\Delta\vartheta_{izl,n} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 18{,}1℃ \tag{2.2}$$

$$\Delta\vartheta_{ul,n} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 45℃ \tag{2.3}$$

Заменом ових вредности у израз (2.1), уз $P_{hn} = 220kW$ добија се да је:

$$K_{p,n} S = \frac{P_{hn} \cdot \ln\left(\dfrac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})} = 7448{,}52 \frac{W}{℃} \tag{2.4}$$

За уље и воду можемо написати следећа два израза:

$$P_{hn} = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \tag{2.5}$$

$$P_{hn} = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \tag{2.6}$$

Одавде добијамо да:

$$\rho_u Q_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}} = 36065{,}57 \frac{W}{℃} \tag{2.7}$$

$$\rho_v Q_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}} = 10576{,}92\,\frac{W}{°\mathrm{C}} \tag{2.8}$$

Пошто постоје четири хладњака, укупна расхладна снага је $P_{hn,uk} = 4{\cdot}P_{hn} = 880$. Номинална снага хладњака је за 30% већа од номиналне снаге губитака, па важи $P_{g,n} = P_{hn,uk}/1{,}3 = 676{,}92$ kW. Номиналне вредности губитака услед протицања струје и у магнетском колу су једнаке:

$$P_{Cu,n} = \frac{R}{R+1} \cdot P_{g,n} = \frac{5}{6} \cdot P_{g,n} = 564{,}1\ kW \tag{2.9}$$

$$P_{Fe,n} = \frac{1}{R+1} \cdot P_{g,n} = \frac{1}{6} \cdot P_{g,n} = 112{,}82\ kW \tag{2.10}$$

У посматраном радном режиму, при температури амбијента од 20℃, релативно струјно оптерећење трансформатора је β. По тексту задатка важи:

$$\frac{g}{g_n} = \beta^2 \tag{2.11}$$

Одавде се добија:

$$g = \beta^2 \cdot g_n \tag{2.12}$$

Температура најтоплије тачке се рачуна као:

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_a + \theta_{gu} + H \cdot \beta^2 \cdot g_n = \vartheta_{tu} + H \cdot \beta^2 \cdot g_n \tag{2.13}$$

$$\vartheta_{tu} = \vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n \tag{2.14}$$

У посматраном режиму укупна снага губитака једнака је:

$$P_g = P_{Cu} + P_{Fe} = \beta^2 \cdot P_{Cu,n} + P_{Fe,n} = (5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n} \tag{2.15}$$

па је расхладна снага једног хладњака:

$$P_h = \frac{P_g}{4} = \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1)}{4} \cdot P_{Fe,n} \tag{2.16}$$

Сада, за ову снагу хлађења могу се написати изрази аналогни изразима (2.1), (2.5) и (2.6):

$$P_h = \frac{K_p S(\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)} \tag{2.17}$$

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{2.18}$$

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{2.19}$$

где је $K_p S = 0{,}8{\cdot}K_{p,n}S = 5958{,}81$ W/°C. Температура хладног ваздуха једнака је амбијенталној ($\vartheta_{hv} = 20$°C), па се на основу израза (2.19) добија да је:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} \tag{2.20}$$

Из једначине (2.18) се добија:

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} \tag{2.21}$$

Увршатвањем израза (2.14) и (2.16) у (2.21) добија се:

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4\rho_u Q_u c_{pu}} \tag{2.22}$$

Заменом израза (2.14), (2.16), (2.20) и (2.22) у (2.17) долази се до:

$$\frac{(5 \cdot \beta^2 + 1)}{4} \cdot P_{Fe,n} \cdot \ln\left(\frac{\vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4\rho_u Q_u c_{pu}} - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4\rho_v Q_v c_{pv}} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \vartheta_{hv}}\right)$$
$$= K_p S\left(\vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4\rho_u Q_u c_{pu}} - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4\rho_v Q_v c_{pv}} - \vartheta_{hv} - \vartheta_{hs} + H \cdot \beta^2 \cdot g_n + \vartheta_{hv}\right) \tag{2.23}$$

$$\frac{(5\cdot\beta^2+1)}{4}\cdot P_{Fe,n}\cdot\ln\left(\frac{\vartheta_{hs}-\vartheta_{hv}-H\cdot\beta^2\cdot g_n-\frac{(5\cdot\beta^2+1)\cdot P_{Fe,n}}{4\rho_u Q_u c_{pu}}-\frac{(5\cdot\beta^2+1)\cdot P_{Fe,n}}{4\rho_v Q_v c_{pv}}}{\vartheta_{hs}-\vartheta_{hv}-H\cdot\beta^2\cdot g_n}\right) \tag{2.24}$$

$$=-K_pS(\frac{(5\cdot\beta^2+1)\cdot P_{Fe,n}}{4\rho_u Q_u c_{pu}}+\frac{(5\cdot\beta^2+1)\cdot P_{Fe,n}}{4\rho_v Q_v c_{pv}})$$

$$\ln\left(\frac{\vartheta_{hs}-\vartheta_{hv}-H\cdot\beta^2\cdot g_n-\frac{(5\cdot\beta^2+1)\cdot P_{Fe,n}}{4\rho_u Q_u c_{pu}}-\frac{(5\cdot\beta^2+1)\cdot P_{Fe,n}}{4\rho_v Q_v c_{pv}}}{\vartheta_{hs}-\vartheta_{hv}-H\cdot\beta^2\cdot g_n}\right)=-K_pS(\frac{1}{\rho_u Q_u c_{pu}}+\frac{1}{\rho_v Q_v c_{pv}}) \tag{2.25}$$

$$\ln\left(\frac{78-22{,}1\cdot\beta^2-0{,}782\cdot(5\cdot\beta^2+1)-2{,}667\cdot(5\cdot\beta^2+1)}{78-22{,}1\cdot\beta^2}\right)=-5958{,}81\cdot(0{,}000122) \tag{2.26}$$

$$\ln\left(1-\frac{17{,}244\cdot\beta^2+3{,}449}{78-22{,}1\cdot\beta^2}\right)+0{,}729=0 \tag{2.27}$$

Решавањем ове једначине по β^2 добија се β^2 = 1,2873, односно β = 1,13.

3. Задатак

Часови предавања од 22 до 24 (линк), одељак 7.5.2.Слика 3.1

4. Задатак

Пречник бакарног проводника износи

$$D_u=\sqrt{\frac{4S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 95}{\pi}}=10.998\approx 11\ mm, \tag{4.1}$$

па је спољашњи пречник једножилног кабла:

$$D_s=D_u+2\delta_{iz}=11+2=13mm \tag{4.2}$$

Укупни подужни топлотни отпор преласку топлоте износи

$$R_l^T=R_{prov,PVC}^T+R_{prov,tlo}^T=\frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}}ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right)+\frac{\rho_z}{2\pi}ln\left(\frac{D_{ref}}{D_s}\right)=1{,}8941\ Km/W \tag{4.3}$$

Укупни подужни топлотни капацитет износи

$$C_l^T=\rho_{Cu}\,c_{Cu}\,S_{Cu}=328{,}91\ J/(Km) \tag{4.3}$$

Временска константа

$$\tau=R_l^T\,C_l^T=10{,}38\ min \tag{4.3}$$